Didattica

Ledo Stefanini
Università di Mantova

Correndo sotto la pioggia

(Pervenuto il 5.10.2007, approvato il 30.5.2008)

ABSTRACT
The well known question: “is it better to walk or to run in the rain?” can be advantageously proposed to secondary school students. The paper illustrates a method for estimating the number of raindrops vs speed that fall on a moving surface.

Introduzione

Un’esercitazione di cinematica da proporre al liceo. Perché un problema susciti interesse non dev’essere banale, ma nemmeno troppo difficile o lontano dall’esperienza dei ragazzi. Soprattutto, deve mostrare come gli strumenti concettuali acquisiti consentano di affrontare questioni che, diversamente, resterebbero nell’ambito dell’opinabile. Si tratta della vecchia questione: quando piove, conviene davvero mettersi a correre? La prima cosa da osservare è che la domanda è mal posta o incompleta. Se il pedone sorpreso dalla pioggia è in prossimità di un riparo, allora gli conviene mettersi a correre; se non vi è alcun ricovero possibile, la risposta è meno ovvia. Se qualcuno vuole una trattazione più seria (o solo seriosa) vada a leggersi l’articolo indicato nella bibliografia.

Il modello

Immaginiamo una pioggia uniforme in una giornata senza vento. Le gocce scendono con velocità costante c in direzione verticale. Se scattiamo una fotografia con brevissimo tempo di esposizione possiamo contare n gocce per unità di volume: un fisico direbbe che questa è la *densità numerica*.

Un ragazzo – sprovvisto di ombrello – deve attraversare la piazza ed è assalito dal dubbio: ci si bagna meno correndo o camminando normalmente?

Cominciamo considerando una superficie quadrata di lato unitario e inclinata di un angolo ϕ rispetto al pavimento, che si sposta orizzontalmente con velocità u.

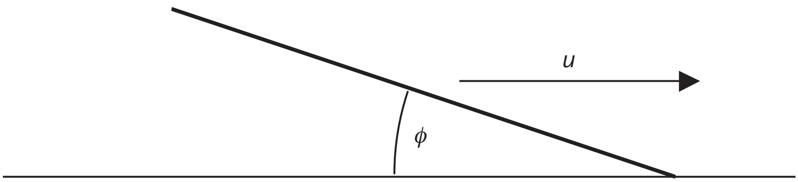

Figura 1. Una superficie inclinata di un angolo ϕ sull’orizzontale, scorre con velocità u.

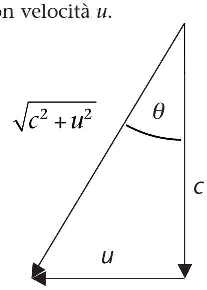

Figura 2. Composizione delle velocità.

Nel sistema di riferimento della superficie la pioggia non cade verticalmente, poiché la velocità delle gocce acquista una componente orizzontale u.

Nei manuali scolastici, per spiegare l’aberrazione stellare si ricorre alla metafora della pioggia vista da un osservatore in moto. Crediamo quindi di poter fare riferimento ad un fenomeno che appartiene alla comune esperienza, in base al quale la direzione della pioggia forma un angolo θ con la verticale, tale che

$$\tan\theta = \frac{u}{c} \qquad \sin\theta = \frac{u}{\sqrt{c^2+u^2}} \qquad \cos\theta = \frac{c}{\sqrt{c^2+u^2}} \quad . \tag{1}$$

Le gocce di pioggia che, nell'unità di tempo, raggiungono la superficie sono quelle contenute nel parallelepipedo che ha per base la nostra superficie e spigolo di lunghezza $\sqrt{c^2+u^2}$ nella direzione della pioggia.

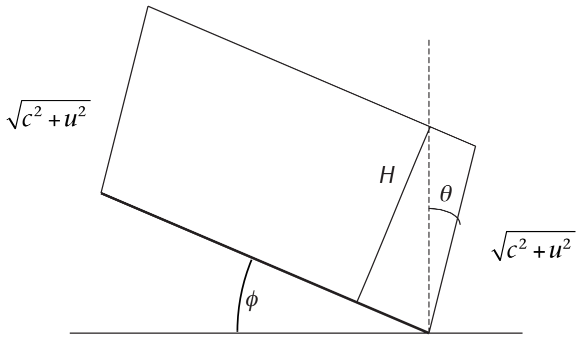

Figura 3. Il parallelepipedo spazzato dalla pioggia nell'unità di tempo.

Basta un po' di geometria per rendersi conto che l'altezza di detto parallelepipedo è data da

$$H = \sqrt{c^2+u^2}\cos\left(\phi-\theta\right). \tag{2}$$

Pertanto, il numero delle gocce che raggiungono la superficie nell'unità di tempo è dato da

$$S = n\sqrt{c^2+u^2}\cos\left(\phi-\theta\right) \tag{3}$$

che abbiamo indicato con il simbolo S perché è l'analogo della costante solare.

Fissata l'inclinazione della superficie esposta alla pioggia, conviene riscrivere la frequenza tenendo conto delle (1):

$$S = nc\left(\cos\phi+\sin\phi\tan\theta\right) = n\left(c\cos\phi+u\sin\phi\right). \tag{4}$$

Risultato apparentemente paradossale perché mostra che la superficie verrebbe picchiettata dalle gocce anche se queste fossero immobili. In realtà, la superficie si bagnerebbe proprio a causa del fatto che è in moto. Nel caso in cui la pioggia sia costituita da nebbia, la frequenza si riduce a

$$S_n = nu\sin\phi. \tag{5}$$

Questa ci dice che, anche in caso di nebbia, per ridurre la frequenza delle gocce, è necessario moderare la velocità. Tuttavia, se un ragazzo deve attraversare una piazza in un giorno di nebbia (ed L è la sua larghezza), il tempo che impiega è L/u e il numero complessivo delle gocce che la superficie raccoglie è

$$N_n = n\,L\sin\phi \tag{6}$$

che è indipendente dalla velocità.

Sotto la pioggia...

Tornando ora al caso di pioggia, la frequenza delle gocce aumenta linearmente con la velocità di traslazione e il numero delle gocce raccolte su una distanza L diventa

$$N = n\left(\frac{c}{u}\cos\phi+\sin\phi\right)L = n\,L\frac{c}{u}\cos\phi+N_n. \tag{7}$$

Si vede che al risultato concorrono due contributi: uno è l'*effetto nebbia* che abbiamo già preso in esame; l'altro diminuisce al crescere della velocità di traslazione. Questo ci convince di una cosa che tutti sanno: sotto la pioggia conviene correre per ridurre il tempo di esposizione.

Per la verità, il nostro modello non descrive correttamente la situazione. Conviene studiare come varia N in funzione dell'inclinazione della superficie. A questo scopo mettiamo la (7) nella forma

$$N = n\,L \frac{1}{\sin\theta}\cos\left(\phi - \theta\right). \tag{8}$$

Per una data velocità della pioggia e per una data lunghezza del tragitto, la quantità d'acqua raccolta dipende dall'inclinazione della superficie.

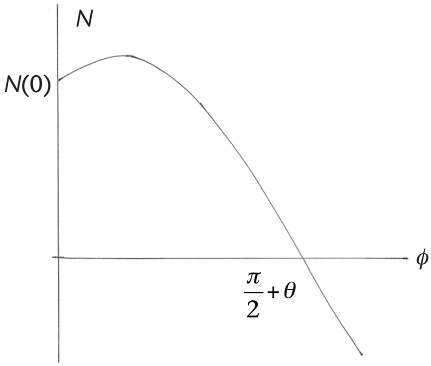

Figura 4. Il numero delle gocce raccolte in funzione dell'inclinazione della superficie.

Il numero delle gocce raccolte parte da $N\left(0\right) = nL\frac{c}{u}$, per la superficie orizzontale, raggiunge il massimo

$$N\left(\theta\right) = nL\sqrt{1+\left(\frac{c}{u}\right)^2} \tag{9}$$

per $\phi = \theta$ e si riduce a zero per $\phi = \frac{\pi}{2} + \theta$. Per inclinazioni maggiori la pagina della superficie che viene investita è quella inferiore.

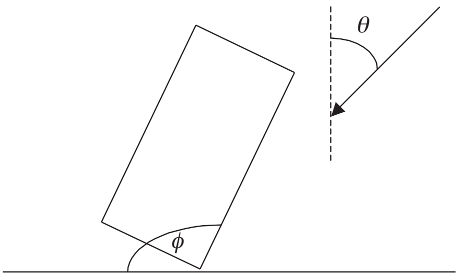

Figura 5. Il parallelepipedo vuole rappresentare un passante che corre sotto la pioggia.

Se assimiliamo ora il passante ad un parallelepipedo, l'inclinazione più opportuna rispetto all'orizzontale è $\phi = \frac{\pi}{2} + \theta$. In questa posizione non si bagna né il petto né la schiena. Tuttavia, la testa è esposta al massimo della frequenza. La (9) ci dice che, per quanto corra veloce, il numero delle gocce non sarà inferiore a

$$N_{min} = n\,LA \tag{10}$$

dove A è l'area della testa.

Bibliografia

[1] S.A. Stern, "An optimal speed for traversing a constant rain", *Am. J. Phys.* 51 (9), September 1983.