LEDO STEFANINI
Diploma Universitario in Ingegneria dell'Ambiente e delle Risorse, Mantova

La torre di Babele

(Pervenuto il 28.4.1995, approvato il 24.11.1995)

ABSTRACT
We received a very interesting document from historic point of view, that, if authentic, would witness for an extraordinary devolopment of ancient Babylonian physics, never before supposed by historians of science. "Fisica nella scuola" does not take any position about document's authenticity and only publishes its translation, from Indo-Aramaic, by its memeber Ledo Stefanini.

Ci è pervenuto un documento di eccezionale interesse storico che, se autentico, testimonierebbe uno straordinario sviluppo dell'antica fisica babilonese, non mai ipotizzato dagli storici della scienza. La "Fisica nella Scuola" non assume alcuna posizione riguardo alla sua autenticità e si limita a pubblicarlo nella traduzione, dall'indo-aramaico, del socio Ledo Stefanini.

Regia Università degli studi di Babele
Dipartimento di meccanica

All'Ufficio Tecnico di sua Maestà Hammurrabi II per grazia di Dio e volontà del popolo, sovrano di Babilonia.

In risposta alla richiesta avanzata da codesto Ufficio Tecnico, in data 1 Aprile 1995 a.C. concernente lo studio di fattibilità di una torre senza limiti di altezza, si trasmette quanto segue:

1. Peso della Torre sul suolo

Volendo determinare la forza che il piede della torre esercita sul suolo è necessario tener presente che il sistema di riferimento terrestre non è inerziale e quindi ogni elemento della torre, di lunghezza dx e massa μ, è soggetto

1. all'attrazione gravitazionale verso il centro della Terra $\mu g \mathrm{d}x$, con g variabile con l'altezza secondo la relazione

$$g(x) = \frac{g_0}{\left(1+\frac{x}{R}\right)^2}$$

dove g_0 indica il noto valore dell'accelerazione di gravità al suolo ed R il raggio terrestre. Recenti misure di un filosofo greco attribuiscono ad R il seguente valore

$$R = 6{,}3781 \times 10^6 \mathrm{m}$$

2. ad una forza fittizia che chiamiamo centrifuga. Questa giace su un piano parallelo all'equatore ed è diretta in senso radiale.

Il valore della forza è $\mu \mathrm{d}x\,\omega^2(R + x)\cos\lambda$ dove ω indica la velocità angolare della Terra e λ la latitudine del luogo.

Recenti misure danno

$$\omega = 7{,}2921 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}.$$

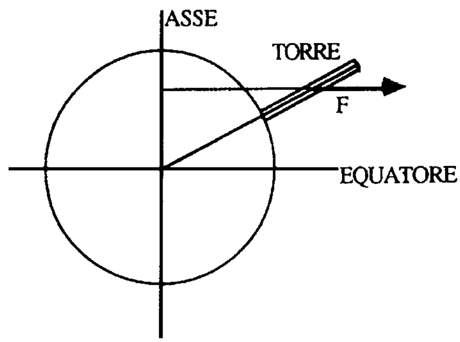

Fig. 1

Per motivi che spiegheremo più avanti, consigliamo di costruire la torre in un luogo a latitudine zero. Qui, la forza agente su ogni elemento delle torre è

$$\mathrm{d}F = \mu \mathrm{d}x \frac{g_0}{\left(1+\frac{x}{R}\right)^2} - \mu \mathrm{d}x\,\omega^2 R\left(1+\frac{x}{R}\right) \qquad (1)$$

Integrando da 0 a L si ha la forza che il piede della torre esercita sul suolo:

$$P(L) = \omega L R\left[\frac{g_0}{1+L} - \omega^2 R\left(1+\frac{L}{2}\right)\right] \qquad (2)$$

dove abbiamo scelto di misurare l'altezza L della torre in unità di raggio terrestre. In Fig. 2 è riportata la rappresentazionee grafica della (2).

Questa presenta un massimo per un'altezza tale che

$$(1+L)^3 = \frac{g_0}{\omega^2 R} \qquad (3)$$

ovvero per

$$L = \sqrt[3]{\frac{g_0}{\omega^2 R}} - 1$$

cioè per un'altezza di 5,61 raggi terrestri. La (2) si annulla per

$$L = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1 + 8\frac{g_0}{\omega^2 R}} - 3\right] \cong 22,56$$

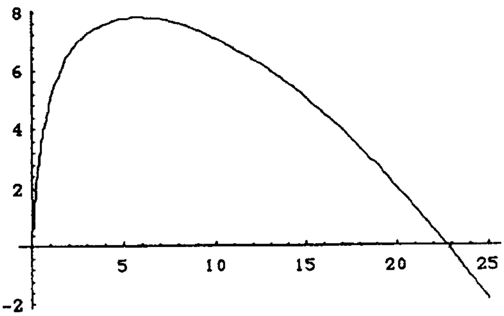

Fig. 2

In conclusione, la forza che la torre esercita sulla base aumenta fino ad un'altezza di 5,61 raggi terrestri e poi comincia a diminuire fino ad annullarsi per un'altezza di 22,56 raggi terrestri. Se si supera tale altezza sarà necessario ancorare la torre perché, altrimenti, si alzerà e si allontanerà progressivamente.

Quando la torre sarà più alta di $L_0 = 5,61$ raggi terrestri, la parte superiore a questa altezza sarà sottoposta ad una forza diretta verso l'alto; la parte inferiore ad una forza diretta verso il basso. Le armature a quota inferiore a L_0 lavoreranno in compressione; quelle ad altezza superiore in trazione.

Il massimo sforzo per le strutture si avrà all'altezza di 5,61 raggi terrestri: questo sarà il punto in cui è massimo il pericolo di rottura della torre. Ma non vi saranno sforzi trasversali.

Facciamo anche notare che le stanze che si trovano a quota maggiore di L_0 dovranno aver il pavimento dove usualmente si trova il soffitto.

2. Torre non equatoriale

Costruire la torre fuori dal piano equatoriale sarà più complicato. La componente della forza centrifuga nella direzione della verticale locale sarà

$$\mu dx\,\omega^2(R + x)\cos^2\lambda$$

per cui, per arrivare ad un peso, apparentemente, nullo si dovrà raggiungere un'altezza maggiore:

$$L = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1 + 8\frac{g_0}{\omega^2 R\cos^2\lambda}} - 3\right] \quad (4)$$

Ma il problema sarà rappresentato dagli sforzi trasversali. Vi è infatti una componente della forza contrifuga in direzione Sud di intensità

$$\begin{aligned}&\mu dx\,\omega^2(R + x)\cos\lambda\,\mathrm{sen}\,\lambda = \\ &\frac{1}{2}\mu dx\,\omega^2(R + x)\,\mathrm{sen}(2\lambda)\end{aligned} \quad (5)$$

Possiamo calcolare l'intensità della forza agente sulla torre:

$$\begin{aligned}F(0,L) &= \frac{1}{2}\mu\omega^2 R^2\mathrm{sen}(2\lambda)\int_0^L (1+x)dx = \\ &= K\left[L + \frac{L^2}{2}\right]\end{aligned} \quad (6)$$

Il momento della forza applicata rispetto al piede della torre è

$$M(0,L) = KR\int_0^L x(1+x)dx = KR\left[\frac{L^2}{2} + \frac{L^3}{3}\right] \quad (7)$$

Questo dovrà essere il momento di una coppia agente al piede della torre per impedire che cada.

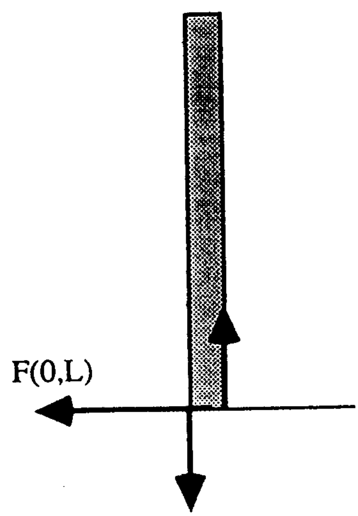

Fig. 3

Questo problema non esiste se il sito di elevazione della torre si trova all'equatore.

3. Una corda appesa al cielo

Si coglie l'occasione per fare presente che se, all'equatore, si riuscirà a costruire una torre di altezza $L_0 = 5{,}61$ raggi terrestri, allora sarà possibile mettere in opera una bella esperienza per impressionare il popolo in occasione della prossima E.U.B.(*)

Dalla cima della torre potremmo lanciare una fune verso il basso, lunga fino a terra. Il suo peso a terra è

$$\left(\sqrt[3]{\frac{g_0}{\omega^2 R}} - 1\right) R\,\mu g_0 \cong 55\mu R$$

ma quando penderà dalla torre, per la (2) peserà solo $7{,}6\mu R$.

La cosa interessante è che se, dalla cima della torre lanciamo verso l'alto una seconda corda lunga 17 R, questa farà equilibrio alla prima. Se quindi le annodiamo, si manterranno reciprocamente in equilibrio: avremo così dimostrato che quella della corda appesa al cielo potrebbe non essere una favola.

C'è però un problema. L'energia della corda, nel sistema di riferimento del Sole, è data da

$$E = -\mu g_0 R \int_0^L \frac{x}{1+x}\,dx + \frac{1}{2}\mu\omega^2 R^3 \int_0^L (1+x)^2 dx$$

a cui contribuiscono l'energia potenziale e la cinetica. Facendo i calcoli, si perviene a

$$E = -\mu g_0 R[L - \ln(1+L)] + \frac{1}{6}\mu\omega^2 R^3 (1+L) \qquad (8)$$

Introducendo il valore trovato (L = 22,6) si ottiene un valore positivo.

Questo significa che la fune ha energia più che sufficiente a sfuggire al campo gravitazionale terrestre. Può allora accadere che un piccolo impulso verso l'alto possa innescare un progressivo innalzamento che porterebbe la fune ad allontanarsi indefinitamente dalla Terra.

Avvertenze costruttive

Per finire, un avvertimento per la costruzione della torre: nelle operazioni di sollevamento dei segmenti prefabbricati si raccomanda di lavorare quanto più lentamente è possibile, poiché sembra che si facciano sentire delle strane forze in direzione Ovest la cui intensità è proporzionale alla velocità di salita. Noi le chiamiamo FORZE DI...(parola illeggibile, N.d.T.).

Il Dipartimento di Meccanica si dichiara a disposizione di codesto R. Ufficio Tecnico per ogni ulteriore informazione. Preghiamo volerci informare sulla data d'inizio dei lavori e ci prostriamo umilmente.

Il Direttore
firma illeggibile

Ringraziamento

Le osservazioni di due anonimi referees mi hanno permesso di correggere alcune inesattezze e chiarire alcuni punti oscuri. A loro vadano i più sentiti ringraziamenti.

(*) Esposizione Universale Babilonese (N.d.T.)