

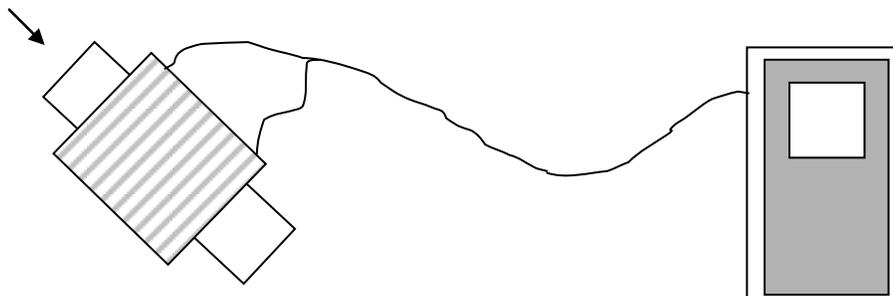
A.I.F. – SEZIONE DI MANTOVA
CORSO DI AGGIORNAMENTO DI FISICA
A.S. 2002/03

ESPERIENZE CON L'USO DELL'ON LINE TASCABILE
LUIGI TOGLIANI – LICEO SCIENTIFICO “BELFIORE”

Esperimento: “La legge di Lenz”

Usiamo un dispositivo on line con calcolatrice TI-89, interfaccia CBL, sonda di tensione. Alla calcolatrice colleghiamo tramite cavo il view-screen che consente di vedere proiettato su uno schermo il display della calcolatrice.

Un solenoide (ad esempio da 900 spire), posto con una certa inclinazione rispetto all'orizzontale, viene attraversato da un magnete rettilineo che scorre entro una guida fatta da un tubo di carta infilato nel solenoide stesso. Se l'inclinazione è poco accentuata il moto del magnete è praticamente a velocità costante, altrimenti risulterà accelerato.



Fissati i puntali della sonda di tensione ai capi del solenoide, scegliamo da MAIN MENU del programma PHYSICS la sonda occorrente seguendo il percorso

1: SET UP PROBES 1: ONE 3: VOLTAGE

Per raccogliere i dati scegliamo da MAIN MENU la sequenza

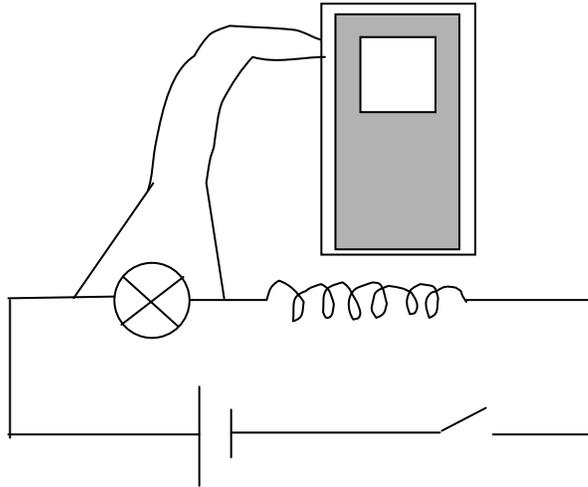
2: COLLECT DATA 2: TIME GRAPH

fissiamo l'intervallo di tempo tra un rilievo e il successivo (ad esempio $\Delta t = 0.01$ s) ed il numero di rilievi (es. 50).

Osserviamo il grafico della f.e.m. indotta nella solenoide in funzione del tempo. Che cosa osserviamo? Come si può spiegare la forma del grafico? Che cosa rappresenta l'area sottesa dal grafico?

Esperimento: “Circuito RL”

Usiamo un dispositivo on line con calcolatrice TI-89, interfaccia CBL, sonda di tensione. Alla calcolatrice colleghiamo tramite cavo il view-screen che consente di vedere proiettato su uno schermo il display della calcolatrice.



Un solenoide (ad esempio da 600 spire), con inserito all'interno un nucleo di ferro laminato, viene collegato in serie con il filamento di una lampadina ad incandescenza. Il sistema è alimentato da una batteria da 9 V . Ai capi della resistenza viene posta la sonda di tensione collegata alla CBL e quindi alla calcolatrice. Seguendo le impostazioni dell'esperimento precedente, si può scegliere, ad esempio, un intervallo di tempo $\Delta t = 0.01$ s tra due rilievi per un totale di 80 rilievi.

Che cosa suggerisce l'andamento del grafico ottenuto? Perché la tensione non raggiunge subito il suo valore massimo? Che cosa cambierebbe eliminando il nucleo di ferro laminato?

Si può analizzare dal punto di vista quantitativo l'esperienza usando GRAPHICAL ANALYSIS sul PC.

Esperimento: “Trasformatore statico”

Costruiamo il trasformatore con un primario da 600 spire ed un secondario da 300 spire. Si alimenta il primario in alternata con valore di picco di alcuni volt (ad esempio 7 V). Primario e secondario sono concatenati con un nucleo chiuso di ferro laminato.

Usiamo un sistema on line per raccogliere i dati. Pertanto colleghiamo la sonda di tensione ai capi prima del primario e poi del secondario. Disponendo di due sonde di tensione, una in CH1 e l'altra in CH2 si possono fare i rilievi simultaneamente.

Per procedere seguiamo quanto detto nell'esperimento sulla legge di Lenz. Conviene tenere un intervallo temporale $\Delta t = 0.001$ s tra due rilievi, per un totale di circa 50 rilievi.

Osserviamo i grafici del primario e del secondario: che cosa li accomuna? Che cosa si può dire dei valori di picco e dei valori efficaci della tensione nel primario e nel secondario? Che cosa si può dire delle frequenze del primario e del secondario?

Si può ripetere l'esperienza con solenoidi differenti.

Esperimento: “Un caso di urto con carrelli che restano attaccati ”

Il carrello bersaglio 2 , fermo al centro del tavolo, viene colpito dal carrello incidente 1 lanciato frontalmente contro: i due oggetti, dopo l'urto, restano attaccati grazie ad una striscia di velcro applicata a ciascuno di essi (vedi le figure sottostanti).

Come sarà la quantità di moto prima e dopo l'urto?

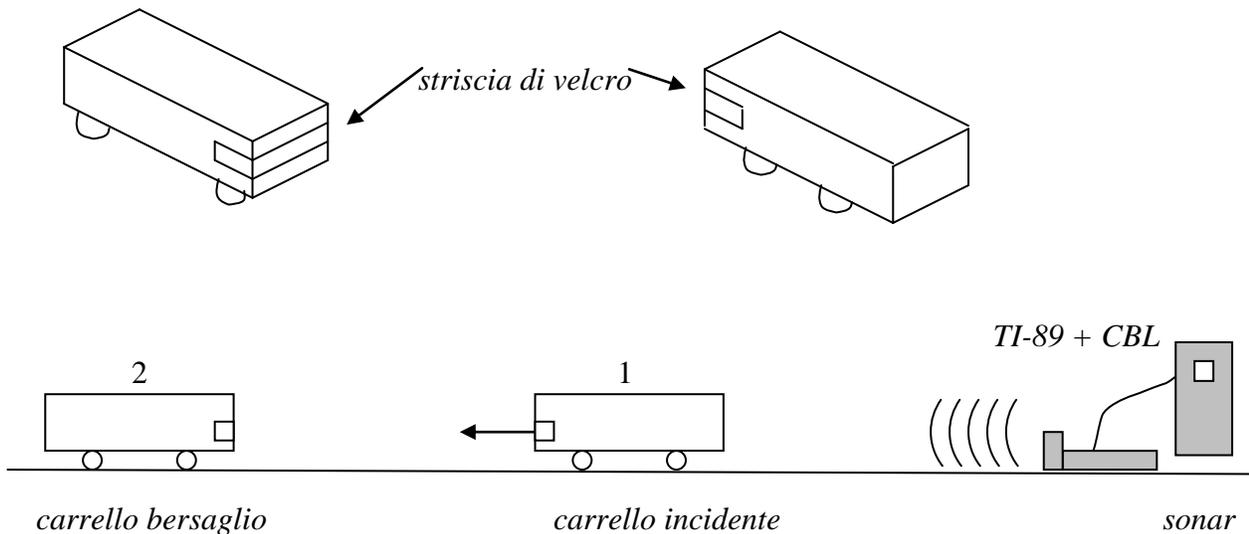
Per rispondere occorre massare i due carrelli e registrare le loro velocità prima e dopo l'urto. Per la registrazione della velocità si può usare il solito marcatempo, o, preferibilmente il dispositivo on-line già visto, poggiano il CBR (sonar) sul tavolo, dietro il carrello incidente.

Osserva i grafici dello spostamento contro il tempo e della velocità contro il tempo: che cosa si può dedurre?

E' conveniente ricostruire il grafico spostamento – tempo esportando i dati al PC tramite il cavo GRAPH-LINK ed analizzandoli in ambiente GRAPHICAL ANALYSIS, immediatamente prima e immediatamente dopo l'urto. Che cosa noti? Qual è il significato del coefficiente angolare delle rette? Dal grafico velocità – tempo puoi leggere le velocità del carrello incidente prima dell'urto e del sistema dopo l'urto e confrontare la lettura con quanto trovato precedentemente.

Che cosa si ricava per la quantità di moto del sistema prima e dopo l'urto? E per quanto riguarda l'energia cinetica che cosa si può dire? Di che tipo di urto si tratta?

Puoi ripetere l'esperienza con un diverso carico iniziale dei carrelli.



Esercitazione grafica: analisi della fotografia "centro di massa"

immagine di copertina della rivista 'The Physics Teacher', febbraio 1991

Scopo: determinare la velocità angolare di rotazione dell'asta

1. Determinazione del fattore di scala

a) Significato di alcuni simboli

f : fattore di scala
R: colore rosso
V: colore verde
G: colore giallo

b) lunghezza reale dell'asta: $L_{\text{asta}} = 65 \text{ cm}$
lunghezza dell'asta sulla foto: $L_{\text{foto}} = 76 \text{ mm}$ } $f_{\text{foto}} = 0,855 \text{ cm/mm}$

c) distanze fra i LED misurati sulla fotografia e nella realtà

$D_{\text{GV}} = 43 \text{ mm}$	} valori misurati sulla foto	$D_{\text{GV}} = 36,8 \text{ cm}$	} valori reali
$D_{\text{RV}} = 24 \text{ mm}$		$D_{\text{RV}} = 20,5 \text{ cm}$	
$D_{\text{GR}} = 19 \text{ mm}$		$D_{\text{GR}} = 16,3 \text{ cm}$	

d) distanze fra i LED misurati sul foglio nell'istante iniziale

$G_oV_o = D_{\text{GV}} = 27 \text{ mm}$	} da cui $f_{\text{foglio}} = 1,37 \text{ cm/mm}$
$R_oV_o = D_{\text{RV}} = 16 \text{ mm}$	
$G_oR_o = D_{\text{GR}} = 11 \text{ mm}$	

2. Determinazione dei tempi

Per valutare alcune lunghezze relative alla traiettoria parabolica del centro di massa (CdM), consideriamo sul foglio i seguenti punti:

R_o , posizione iniziale del CdM, indicato dal LED rosso,
 M , intersezione della parabola con la retta orizzontale passante per R_o ,
 H , punto medio del segmento R_oM ,
 W , intersezione fra la retta verticale passante per H e la parabola (vertice)

Da misurazioni effettuate sul foglio si ottengono i risultati seguenti:

$$\left. \begin{array}{l} R_oM = 160 \text{ mm} \\ R_oH = \frac{1}{2} R_oM = 80 \text{ mm} \\ HW = 180 \text{ mm} \end{array} \right\} \text{valori sul foglio} \quad \left. \begin{array}{l} R_oM = 2,19 \text{ m} \\ R_oH = 1,10 \text{ m} \\ HW = 2,47 \text{ m} \end{array} \right\} \text{valori reali}$$

a) tempo di salita o di discesa del CdM lungo la verticale, trascurando la resistenza dell'aria

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot HW}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,47 \text{ m}}{9,806 \text{ m/s}^2}} = 0,71 \text{ s}$$

b) tempo complessivo per il tratto orizzontale R_oM , $t_{TOT} = 1,42 \text{ s}$.

3. Componente orizzontale del moto del CdM

Trascurando la resistenza dell'aria, il moto è uniforme con velocità

$$v_x = \frac{160 \text{ mm}}{1,42 \text{ s}} \cong 113 \text{ mm/s, sul foglio}$$

$$v_x = 154 \text{ cm/s} \cong 1,5 \text{ m/s, nella realtà}$$

Possiamo dire che sul foglio ogni spostamento orizzontale di 11 mm corrisponda a un intervallo di circa $\frac{1}{10}$ s. L'asse orizzontale è quindi anche un asse temporale.

4. Moto circolare dell'asta

Sempre supponendo trascurabile la resistenza dell'aria, il moto circolare attorno al CdM è uniforme e, per trovare il valore della velocità angolare ω , occorre determinare il periodo T .

L'angolo che l'asta forma con l'orizzontale, nell'istante iniziale, è $\alpha_o = 26,5^\circ$.

I due LED G e V descrivono, attorno al LED R due circonferenze di raggi, sul foglio, rispettivamente

$$G_oR_o = D_{GR} = 11 \text{ mm}$$

$$R_oV_o = D_{RV} = 16 \text{ mm}$$

Nel centro di un foglio di carta millimetrata trasparente, tracciamo

- due assi ortogonali intersecantisi nel punto O,
- due circonferenze concentriche di centro O e raggi rispettivamente D_{GR} e D_{RV} ,
- la retta diametrale formante con l'asse orizzontale l'angolo $\alpha = 26,5^\circ$ e intersecante le circonferenze rispettivamente nei punti G, V e G', V'.

Traslando sul foglio la carta millimetrata trasparente, individuiamo, sulla parabola, quei punti del CdM in corrispondenza dei quali i punti G e V, oppure G' e V', si trovano sulle altre due curve tracciate dai LED giallo (G, G') e verde (V, V').

Nei punti del CdM così individuati foriamo il foglio con uno spillo, in modo da poterli poi riconoscere per trasparenza, osservando il foglio sul vetro di una finestra. Indichiamo tali punti con R₁, R₂, R₃, R₄, R₅, R₆.

Mandando per essi le parallele all'asse della parabola fino a intersecare il segmento R₀M nei punti X_k, con k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, e indicando con G_k, V_k i punti che corrispondono alle posizioni dei LED giallo e verde, negli stessi istanti sulle altre due curve, si nota che l'asta ha effettuato tre rotazioni complete in senso antiorario quando il CdM si è spostato da R₀ a R₆.

Lo spostamento orizzontale del CdM è

$$\Delta x = R_0 X_6 = 150 \text{ mm}$$

ed è stato compiuto nel tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{150 \text{ mm}}{113 \text{ mm/s}} \cong 1,3 \text{ s}$$

Il periodo di rotazione dell'asta è allora

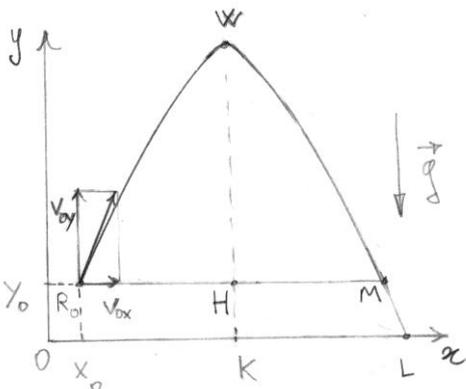
$$T = \frac{\Delta t}{3} = 0,4432 \text{ s} \cong 0,44 \text{ s}$$

e la velocità angolare risulta

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cong \frac{2 \cdot 3,1416}{0,4432 \text{ s}} \cong 14 \text{ rad/s} \cong 800 \text{ gradi/s}$$

5. Descrizione analitica del moto

a) Traiettoria del CdM



$$x_0 = 13,5 \text{ mm (sul foglio)} = 18,5 \text{ cm} \cong 0,19 \text{ m}$$

$$y_0 = 54,0 \text{ mm (sul foglio)} = 74,0 \text{ cm} \cong 0,74 \text{ m}$$

$$v_{0x} = 113 \text{ mm/s (sul foglio)} = 154 \text{ cm/s} \cong 1,5 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2gHW} = \sqrt{2 \cdot 9,806 \text{ ms}^{-2} \cdot 2,47 \text{ m}} \cong 7,0 \text{ m/s}$$

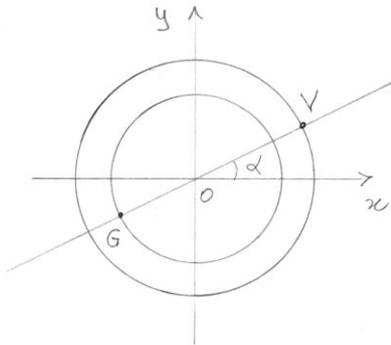
Equazioni parametriche del moto parabolico

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

equazioni parametriche della traiettoria del CdM, luogo dei punti R(x,y)

$$\begin{cases} x = 0,19 \text{ m} + 1,5 \text{ ms}^{-1} t \\ y = 0,74 \text{ m} + 7,0 \text{ ms}^{-1} t - 4,9 \text{ ms}^{-2} t^2 \end{cases}$$

b) Moto circolare uniforme rispetto al CdM



$$\alpha \cong 26,5^\circ = 0,463 \text{ rad}$$

$$OV = 16 \text{ mm (sul foglio)} = 20,5 \text{ cm} \cong 0,21 \text{ m}$$

$$OG = 11 \text{ mm (sul foglio)} = 16,3 \text{ cm} \cong 0,16 \text{ m}$$

$$T = 0,442 \text{ s}$$

Equazioni parametriche del moto circolare uniforme

$$\begin{cases} x = r \cos(\alpha + \omega t) \\ y = r \sin(\alpha + \omega t) \end{cases}$$

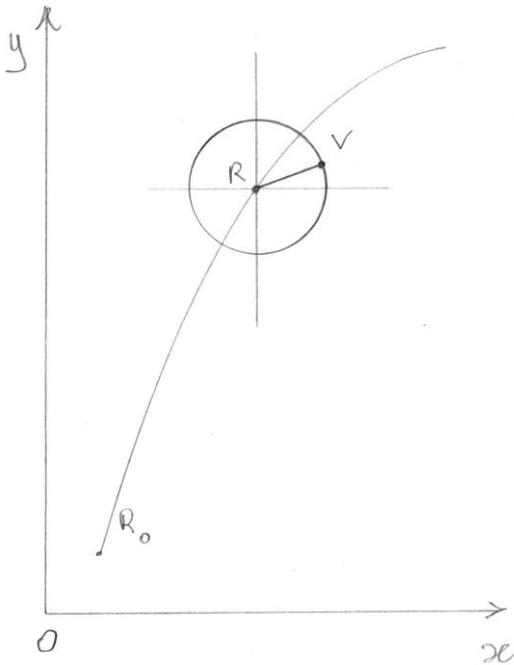
equazioni parametriche del moto circolare del punto V rispetto al centro di massa O

$$\begin{cases} x_V = 0,21 \text{ m} \cdot \cos\left(0,463 + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \\ y_V = 0,21 \text{ m} \cdot \sin\left(0,463 + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \end{cases}$$

equazioni parametriche del moto circolare del punto G rispetto al centro di massa O

$$\begin{cases} x_G = 0,16 \text{ m} \cdot \cos\left(0,463 - \pi + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \\ y_G = 0,16 \text{ m} \cdot \sin\left(0,463 - \pi + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \end{cases}$$

c) *Composizione dei due moti*



Nel moto composto, essendo il centro $R(x, y)$ considerato rispetto all'origine O e il punto $V(x_V, y_V)$ considerato rispetto al centro R , le coordinate di V rispetto all'origine O saranno date da:

$$\begin{cases} X_V = x + x_V \\ Y_V = y + y_V \end{cases}$$

e analoghe relazioni si avranno per il punto G .

In definitiva, nel sistema di riferimento del laboratorio le equazioni parametriche dei punti V e G saranno le seguenti:

$$\begin{cases} X_V = 0,19 \text{ m} + 1,5 \text{ ms}^{-1} t + 0,21 \text{ m} \cdot \cos\left(0,463 + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \\ Y_V = 0,74 \text{ m} + 7,0 \text{ ms}^{-1} t - 4,9 \text{ ms}^{-2} t^2 + 0,21 \text{ m} \cdot \sin\left(0,463 + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_G = 0,19 \text{ m} + 1,5 \text{ ms}^{-1} t + 0,16 \text{ m} \cdot \cos\left(0,463 - \pi + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \\ Y_G = 0,74 \text{ m} + 7,0 \text{ ms}^{-1} t - 4,9 \text{ ms}^{-2} t^2 + 0,16 \text{ m} \cdot \sin\left(0,463 - \pi + \frac{2\pi}{0,442} \cdot t\right) \end{cases}$$

OROLOGI NEL COSMO:
LE **PULSAR**

PROF. MAURIZIO FRANCESIO

30 APRILE 2003

LA PULSAR BINARIA PSR 1913 + 16

un particolare orologio del cosmo

Premessa

L'argomento fa riferimento a una ricerca nel campo dell'astrofisica che è stata condotta negli ultimi 25-30 anni e ha raggiunto risultati di grandissimo rilievo. L'esposizione è stata suddivisa in due parti: la prima servirà a spiegare il titolo e a preparare il terreno per illustrare la seconda parte che costituisce il nucleo vero e proprio della ricerca.

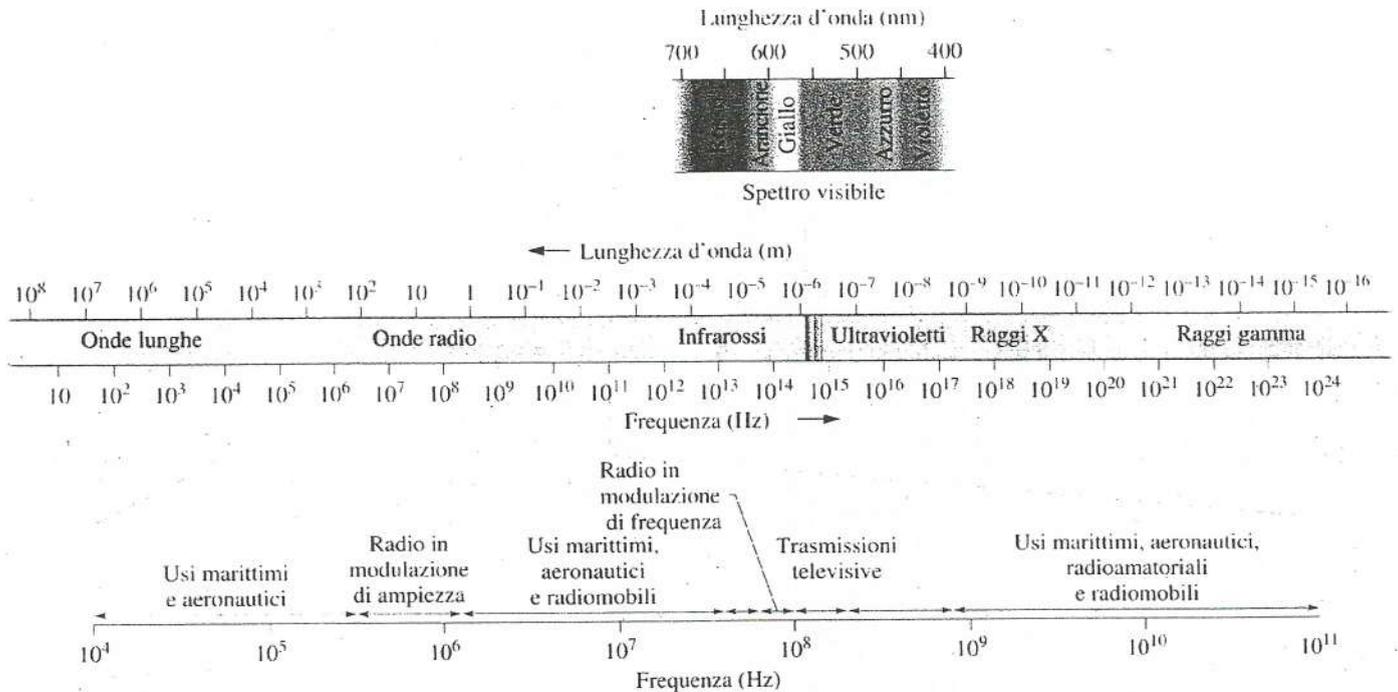
Prima di iniziare occorre fare un breve richiamo alle onde elettromagnetiche (OE) che noi utilizziamo ogni giorno per moltissimi usi e che hanno un ruolo fondamentale in astronomia.

- a) Le OE portano dalle stazioni emittenti alle nostre abitazioni i segnali delle trasmissioni TV e radio.
- b) Tutte le volte che usiamo un telecomando inviamo OE per mettere in funzione qualche meccanismo in oggetti distanti da noi.
- c) Sono OE quelle che ci permettono, in questa sala, di vederci l'un l'altro.
- d) Sono OE quelle che impressionano le lastre radiografiche permettendoci di vedere l'interno del nostro corpo.

E si potrebbe continuare con moltissimi altri esempi. Tutte queste OE che cos'hanno in comune, per essere indicate con la stessa espressione? E che cos'hanno di diverso, per essere distinte in vari tipi?

1. Esse vengono prodotte tutte nello stesso modo, in quanto sono generate da cariche elettriche accelerate. Per esempio, facendo oscillare avanti e indietro delle cariche elettriche (elettroni) in un filo metallico (antenna), si genera un'onda che si stacca dall'antenna e si propaga nello spazio con la velocità della luce.

2. Caratteristiche importanti delle onde sono, oltre alla velocità, l'intensità e la frequenza (numero di oscillazioni al secondo). La figura illustra la gamma dei vari tipi di OE in ordine crescente di frequenza.



Si può notare che i diversi usi delle OE sono collegati alla loro frequenza.

3. Accanto all'astronomia tradizionale, che studia il cielo stellato utilizzando la luce visibile, sono sorte nel secolo scorso altre astronomie che sfruttano

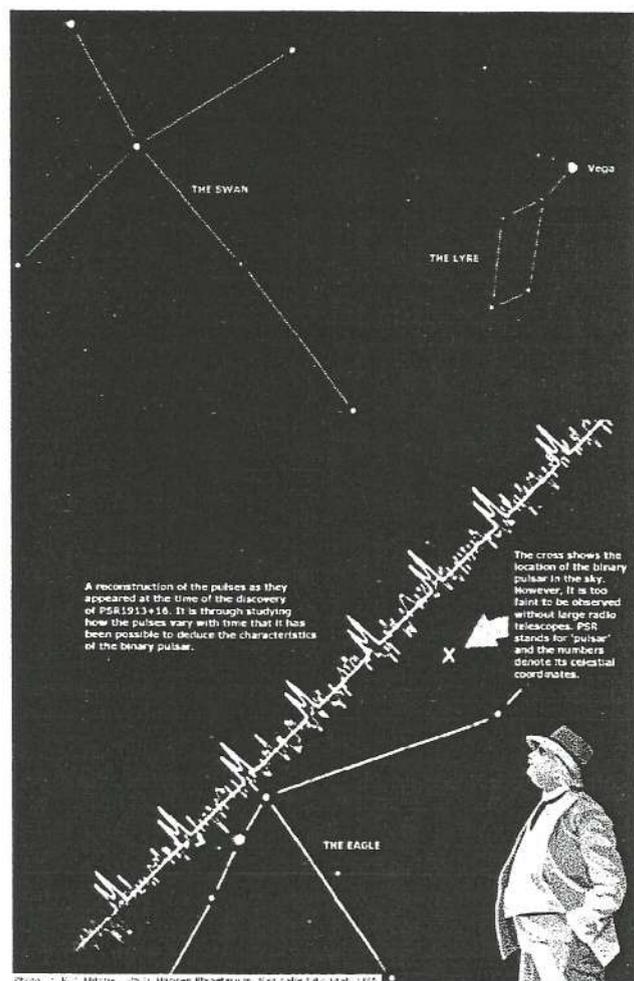
- le onde radio (Radioastronomia)
- la radiazione infrarossa (Astronomia Infrarossa)
- i raggi X (Astronomia X)
- i raggi γ (Astronomia Gamma)

Gli astri, infatti, emettono radiazioni elettromagnetiche di vario tipo.

PRIMA PARTE: significato del titolo

A. 1913 + 16

I numeri non sono due addendi, ma indicano le coordinate celesti dell'oggetto particolare di cui parleremo stasera. Precisamente: "19 ore e 13 minuti di ascensione retta, +16 gradi di declinazione". Il punto sulla volta celeste con queste coordinate si trova nella costellazione dell'Aquila, costellazione che possiamo facilmente osservare nelle serate estive. PSR è l'abbreviazione di 'pulsar'.



a destra La croce indica dove si trova la pulsar binaria nel cielo. Tuttavia, essa è troppo debole per essere osservata senza disporre di grandi radiotelescopi. PSR sta per 'pulsar' e i numeri indicano le coordinate celesti.

a sinistra Una ricostruzione degli impulsi come essi si presentarono al momento della scoperta di PSR 1913 + 16. Studiando come gli impulsi variano col tempo è stato possibile ricavare le caratteristiche della pulsar binaria.

Il fotomontaggio mostra sullo sfondo le tre costellazioni del Cigno, della Lira e dell'Aquila con le rispettive stelle principali Deneb, Vega e Altair ai vertici del noto triangolo estivo del nostro emisfero. La croce indicata dalla freccia contrassegna la posizione della nostra pulsar.

In primo piano la striscia inclinata, che sembra attraversare il cielo, vuole rappresentare il segnale pulsato e regolare inviato dall'astro e registrato a terra, di giorno o di notte, da un radiotelescopio; la figura dell'osservatore, in basso a destra, è quella di Einstein, la cui teoria gravitazionale, nota anche come Relatività Generale, ha trovato una grande conferma e un ruolo determinante nello studio della PSR 1913 + 16.

B. PULSAR

a) *Cenno sulla evoluzione stellare*

Per pulsar s'intende un particolare tipo di stella nella fase terminale della sua evoluzione. Come gli esseri viventi, che nascono, vivono, muoiono, così le stelle si formano, brillano, collassano e si spengono. E' questo il senso dell'espressione 'vita di una stella'.

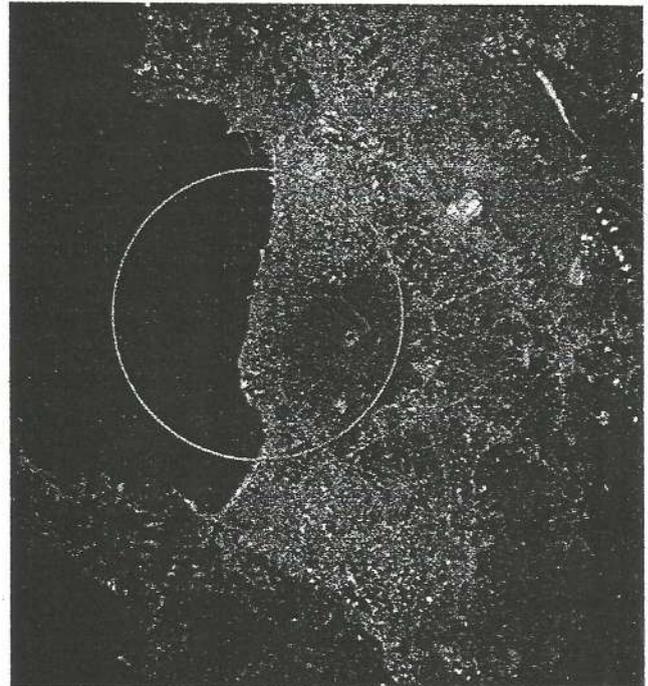
La vita delle stelle è più o meno lunga a seconda che la loro massa sia più o meno piccola.

Le stelle di piccola massa (come il nostro Sole) brillano a lungo, per miliardi di anni, e, quando sono prossime alla fine, perché si sta esaurendo il combustibile, diventano dapprima giganti rosse (il Sole arriverà a inglobare anche Marte) e poi nane bianche con le dimensioni di un pianeta ($R \sim 10.000 \text{ km}$). Si spengono, tutto sommato, in modo abbastanza tranquillo.

Le stelle di grande massa, invece, sono più brillanti delle precedenti, ma durano solo qualche decina di milioni di anni e, quando hanno esaurito il loro combustibile, esplodono come supernovae. In realtà, mentre l'involucro esterno della stella esplode con un lampo di luce che può, per un momento, superare la luminosità dell'intera galassia, la parte interna implode e la materia si comprime fino al livello della densità nucleare. Alla fine rimane, come traccia dell'avvenuta esplosione, una nebulosa gassosa avente al suo interno un residuo costituito o da una stella di neutroni (se $M < 3 M_{\odot}$) o da un buco nero (se $M > 3 M_{\odot}$).

La stella di neutroni è sostanzialmente un corpo sferico con un volume non superiore a quello di un piccolo asteroide ($R \sim 15 \text{ km}$), nel quale si è concentrata una parte della massa della stella madre ($M \sim 1,4 M_{\odot}$). La densità è altissima ($\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$), la materia ha perso la sua struttura atomica e il globo si può pensare come un enorme nucleo costituito per il 90% da neutroni e con solo il 10% di protoni ed elettroni.

Le dimensioni di una stella di neutroni rapportate al golfo di Napoli, ripreso dallo Space Shuttle



Ecco alcuni dati per avere un'idea delle caratteristiche di un simile oggetto:

- un cucchiaino di materia con questa densità ha una massa \sim un miliardo di tonnellate
- una porterei avrebbe le dimensioni di una capocchia di spillo
- l'accelerazione di gravità in superficie è \sim cento miliardi di volte quella terrestre
- il campo magnetico è \sim diecimila miliardi di volte più intenso di quello terrestre (una stella di neutroni alla distanza della Luna smagnetizzerebbe le carte di credito)

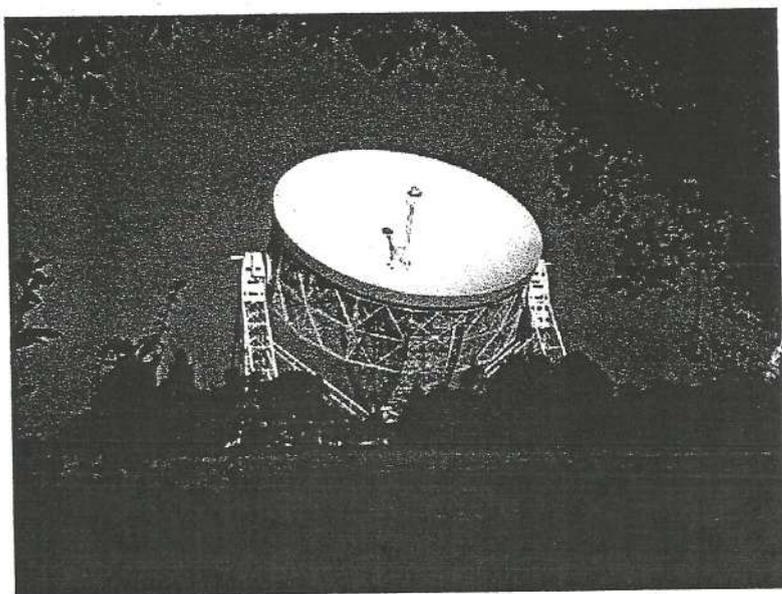
Questo mostruoso corpo celeste era stato ritenuto un parto della fantasia di qualche studioso fino a quando, nell'agosto 1967, non venne scoperta la prima pulsar.

Nella tabella sono riassunte le caratteristiche principali della fase terminale dell'evoluzione stellare.

<i>Residuo stellare</i>	<i>Massa progenitore</i>	<i>Massa residuo</i>	<i>Dimensioni</i>	<i>Densità</i>	<i>Sostegno gravità</i>
Nana bianca	$M < 8M_{\odot}$	$M_{NB} < 1.4M_{\odot}$	$R_{NB} \sim R_{TERRA}$	1 t/cm^3	degenerazione e^-
Stella di neutroni	$8M_{\odot} < M < 20M_{\odot}$	$M_{SN} < 3 M_{\odot}$	$R_{SN} \sim 15 \text{ km}$	200 milioni t/cm^3	degenerazione n
Buco nero	$M > 20M_{\odot}$	$M_{BN} > 3 M_{\odot}$	0 $R_{GRAV} = 2GM/c^2$	∞	nessuno

b) La scoperta delle pulsar

Jocelyn Bell era a, quei tempi, una giovane studentessa inglese di astronomia che stava effettuando un lavoro di ricerca, con il radiotelescopio dell'Università di Cambridge, per conseguire il dottorato.



Il radiotelescopio Lovell da 76 m di Jodrell Bank (UK)

Come mostra la fotografia, il radiotelescopio è uno strumento di grandi dimensioni, che viene utilizzato per osservare il cielo raccogliendo onde radio

anziché luce e, a differenza dei telescopi ottici che vengono impiegati soltanto di notte, è in grado di funzionare anche di giorno. Ve ne sono di molti tipi e di diverse dimensioni: il più grande è quello di Arecibo, di cui parleremo più avanti.

Durante un'osservazione Jocelyn registrò un segnale intermittente molto regolare che si presentava ogni 1,34 s. Ciò significava che nella regione del cielo verso la quale era puntato lo strumento doveva esserci una sorgente che emetteva impulsi radio ritmati con frequenza costante. Venne chiamata 'pulsating radio source', espressione poi abbreviata in 'pulsar' e indicata con il simbolo PSR. La prima pulsar, scoperta da Jocelyn Bell, è nota come PSR 1919 + 21.

Oggi si conoscono circa un migliaio di tali sorgenti.

c) Le caratteristiche del segnale

Per dare un'idea di come sia il segnale ricevuto dal radiotelescopio, le emissioni registrate di alcune pulsar più intense sono state convertite in suoni che si possono ascoltare con un normale audio-registratore. Indicando con T il periodo, cioè l'intervallo di tempo fra un impulso e l'altro, e con f la frequenza degli impulsi, ecco come si presentano i seguenti segnali (R1):

<i>PSR</i>	<i>Periodo T (s)</i>	<i>Frequenza f (impulsi/s)</i>
0329 + 54	0,714 519	1,39954
0833 - 45 (Vela)	0,089	11
0531 + 21 (Granchio)	0,033	30
0437 - 4715	0,00575	174
1937 + 21	0,001 557 806 448 872 75	641,928 270 821 843

L'ultimo dato, scritto con tutte le cifre fornite dalla misurazione, aiuta a comprendere l'estrema regolarità con cui si succedono gli impulsi della pulsar, che risulta precisa come un orologio atomico. Si sentiva un sibilo a causa dell'elevata frequenza.

Dall'ascolto dei suoni si avverte che gli impulsi non sono tutti uguali fra loro e, qualche volta, ne viene saltato uno, ma il ritmo si mantiene molto regolare e consente quindi di fare misurazioni accuratissime.

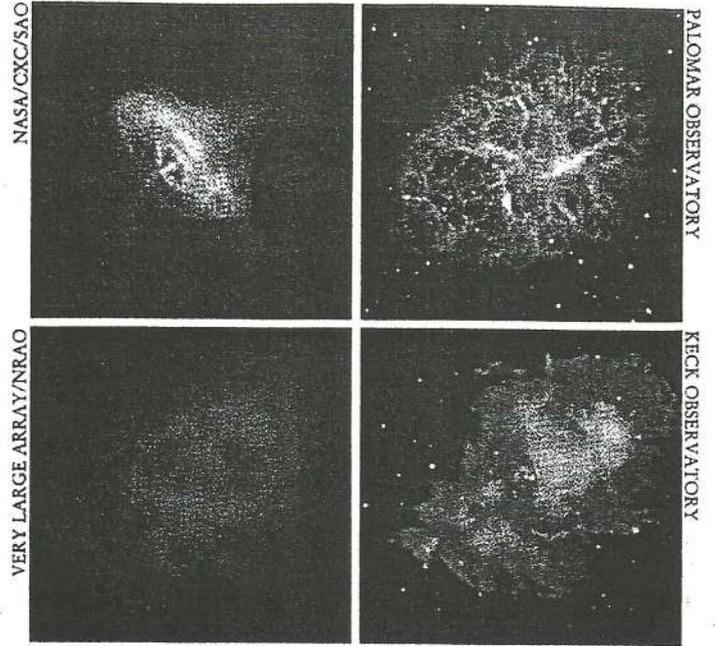
Le caratteristiche del segnale dipendono dal comportamento della sorgente ed è evidente che costituiscono proprietà specifiche che permettono di distinguere ogni pulsar dalle altre.

La successione degli impulsi continua per giorni, mesi anni, ..., milioni di anni. Senza alcuna variazione? Analizzando i segnali per lunghi periodi, è stata individuata una traccia di rallentamento che risulta costante nel tempo ed è tipica per ogni stella. Nel caso della PSR 1919 + 21 il periodo T si allunga di 40 miliardesimi di secondo all'anno e ci vogliono almeno dieci mesi per accorgersene.

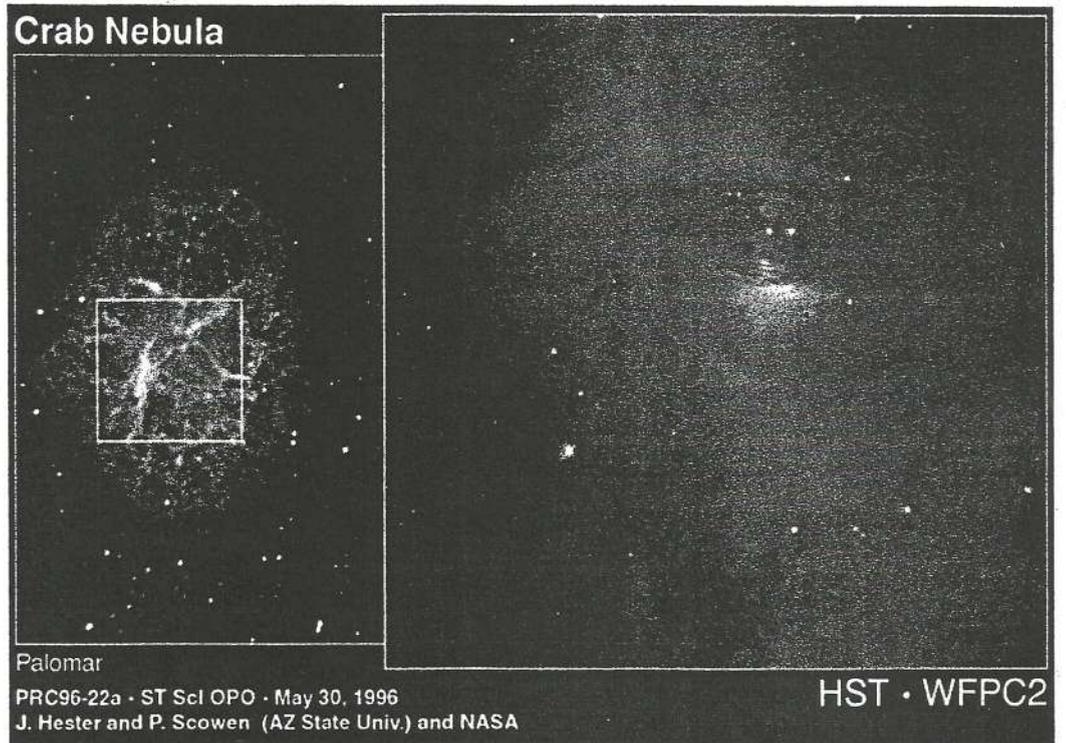
Un'altra caratteristica degli impulsi emessi da queste sorgenti è che non sono costituiti da un'unica frequenza radio (da non confondere con la frequenza degli impulsi!), ma da un'intera banda fra 10 e 1600 MHz. Un po' come le frequenze delle nostre trasmissioni televisive, per fare un'analogia un po' forzata.

In certi casi, l'emissione si verifica anche in altre parti dello spettro elettromagnetico, come la radiazione ottica (luce visibile), i raggi X e i raggi γ . Per esempio, la pulsar della nebulosa del Granchio emette nelle frequenze radio, visibile, X e γ , come mostrano le due figure seguenti. Va però tenuto presente che sono pochissime le pulsar con emissione anche nel visibile, una decina in tutto.

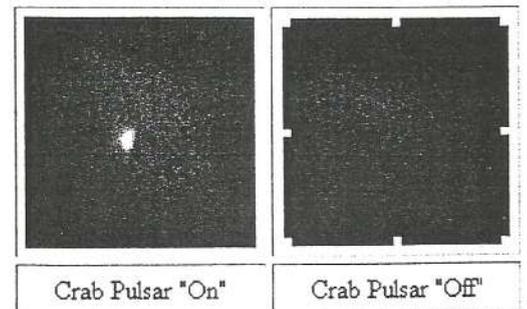
Immagini della nebulosa del Granchio, in senso orario, nei raggi X, nel visibile, nell'infrarosso e nella frequenza radio.

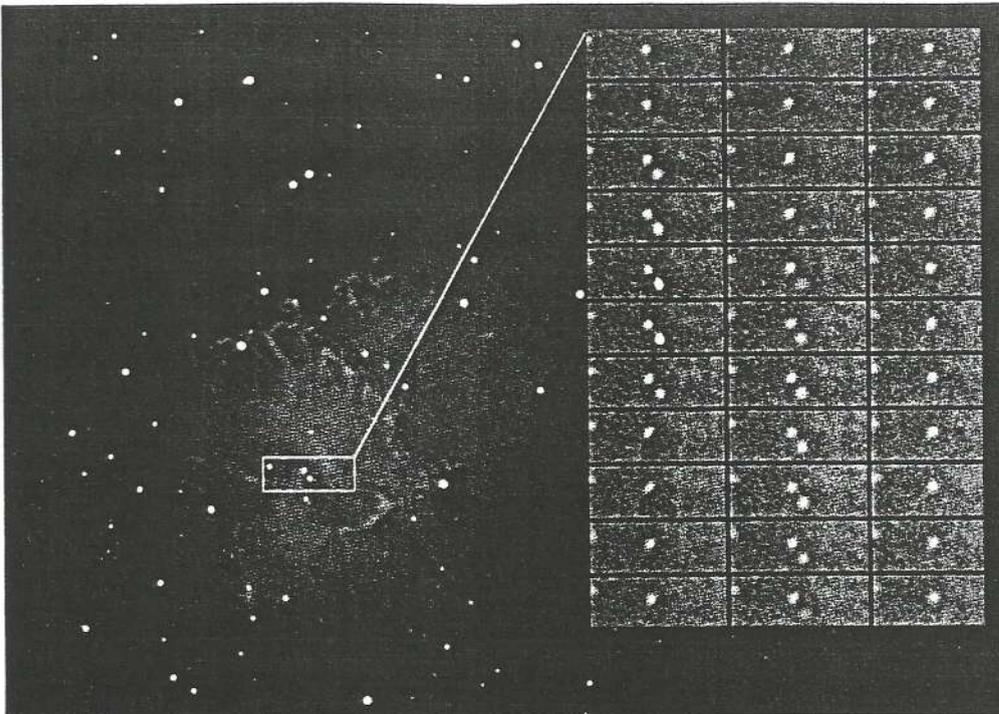


La nebulosa del Granchio con la pulsar nella zona centrale

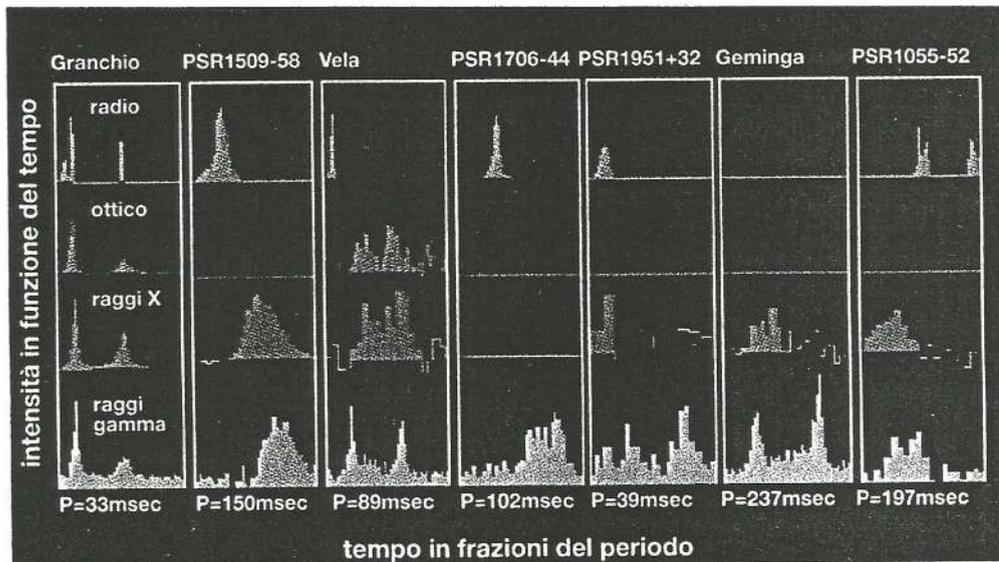


La pulsar dentro alla nebulosa Granchio, vista in raggi gamma





Analisi stroboscopica della pulsar del Granchio:
 le 33 immagini a destra sono state riprese in successione, ogni millesimo di secondo, per coprire l'intero periodo.



Spettri di alcune pulsar sorgenti di raggi gamma

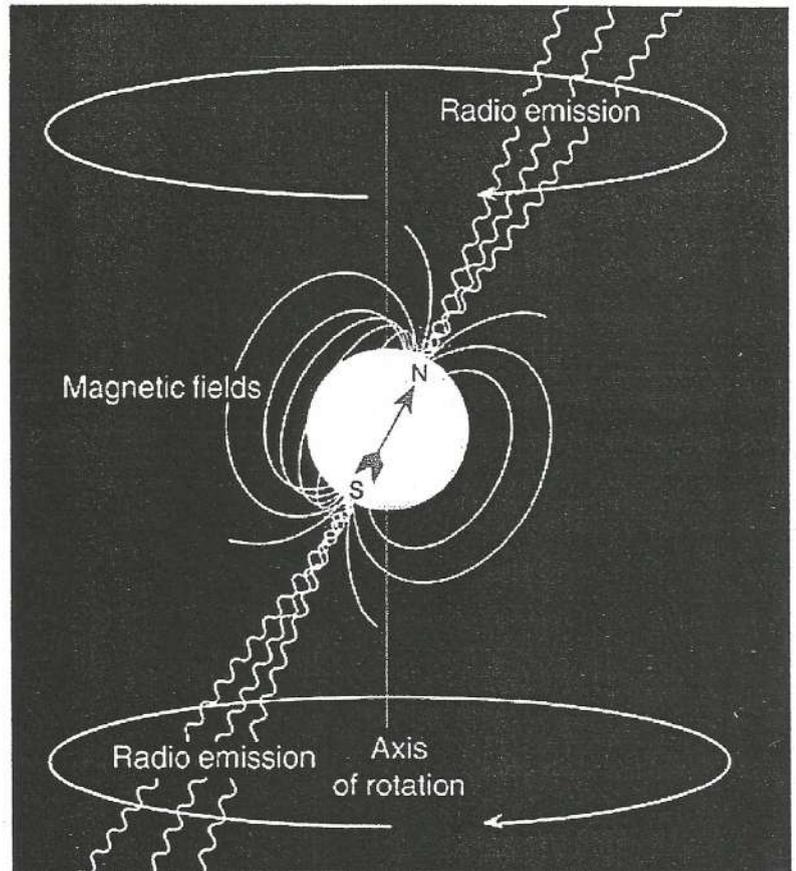
d) Il modello teorico

Proprio la pulsar Granchio si è rivelata assai preziosa perché ha permesso di chiarire molti aspetti della teoria elaborata per spiegare come funziona un siffatto corpo celeste.

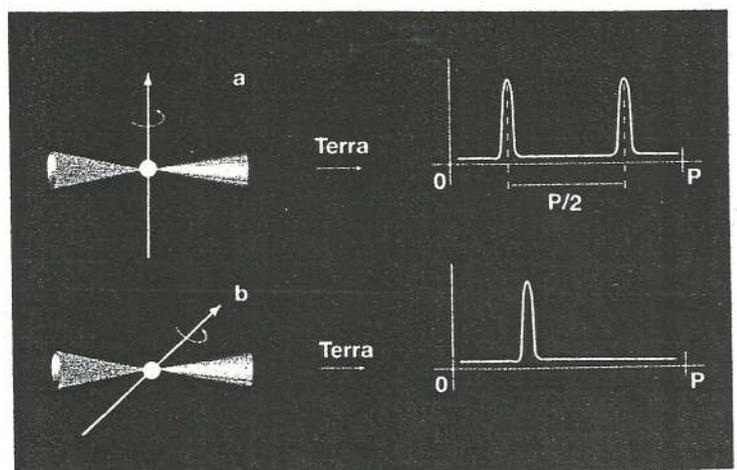
Si tratta di una stella di neutroni in rapidissima rotazione che emette un fascio di radiazione elettromagnetica proprio come un faro che con il suo fascio di luce spazza la superficie del mare per essere intercettato dalle navi al largo.

Considerando le caratteristiche dell'astro viste prima, possiamo pensare la stella come un grande magnete sferico, di diametro $\sim 20/30$ km, con l'asse magnetico non coincidente con quello di rotazione, ma formante con esso un angolo α , come mostra la figura.

L'intensissimo campo magnetico, solidale con la stella, ruotando con essa produrrebbe un fortissimo campo elettrico in grado di estrarre dallo strato superficiale dell'astro elettroni e protoni che, scorrendo ad altissima velocità lungo le linee del campo magnetico in prossimità dei poli, per la forte accelerazione genererebbero onde elettromagnetiche entro un fascio conico diretto come l'asse magnetico (radiazione di sincrotrone).



E' questo fascio di radiazione che, a ogni giro della stella, può investire un osservatore opportunamente disposto nello spazio, dando luogo a quegli impulsi cadenzati di cui abbiamo parlato prima e che abbiamo anche potuto ascoltare nella versione sonora.



Dal quadro appena descritto emerge un fatto fondamentale: la frequenza degli impulsi corrisponde alla frequenza di rotazione dell'astro e la sua stabilità si spiega considerando che quella sfera compatta, avente una massa maggiore di quella del

Sole e un diametro di appena 20/30 km, costituisce uno spaventoso volano che compie decine di giri al secondo in totale assenza di attriti.

Poiché il processo di emissione della radiazione elettromagnetica richiede energia, questa viene sottratta all'energia cinetica di rotazione della stella, che è quindi costretta, nel suo moto rotatorio, a rallentare molto lentamente con conseguente, altrettanto lento, aumento del periodo. Ciò spiega il rallentamento del ritmo degli impulsi di cui abbiamo parlato prima. Supponendo che il tasso di perdita dell'energia di rotazione rimanga costante nel tempo, la conoscenza del periodo e del suo aumento annuo permettono di stimare l'età della pulsar e la durata della sua vita. Verrà infatti il momento in cui l'astro, quando il suo ritmo di rotazione si sarà molto ridotto, non sarà più in grado di produrre il fascio di radiazione. Ma dovranno passare decine di migliaia o di milioni di anni prima che questo accada.

Nella tabella seguente sono raccolti i dati relativi ad alcune pulsar.

<i>PSR</i>	<i>periodo T</i> <i>(secondi)</i>	<i>aumento annuo</i> <i>(miliardesimi di sec./anno)</i>	<i>età</i> <i>(milioni di anni)</i>
0329 + 54	0,715	65	5,5
0833 - 45 (Vela)	0,089	3500	0,013
0531 + 21 (Granchio)	0,033	13000	0,001
0437 - 4715	0,00576	0,0016	1800
1937 + 21	0,00156	0,0033	230
1919 + 21	1,34	40	17
1913 + 16	0,059	0,27	110

Il Guinness delle pulsar (febbraio 1998)

Età

La più giovane: la PSR 0531+21, la pulsar della Nebulosa Granchio (944 anni)

La più vecchia: la PSR 2229+2643 (10 miliardi di anni)

Distanza

La più vicina: la PSR 0208-1431 (260 anni luce)

La più lontana: la PSR 0045-7319 (186 mila anni luce)

Periodo

Il più breve: la PSR 1937+21 (0,002 s)

Il più lungo: la PSR 1951+1123 (5,094 s)

Tasso di rallentamento

Il più elevato: la PSR 1509-58 (0,003 s ogni 100 anni)

Il più basso: la PSR 2229+2643 (0,003 s ogni 100 miliardi di anni)

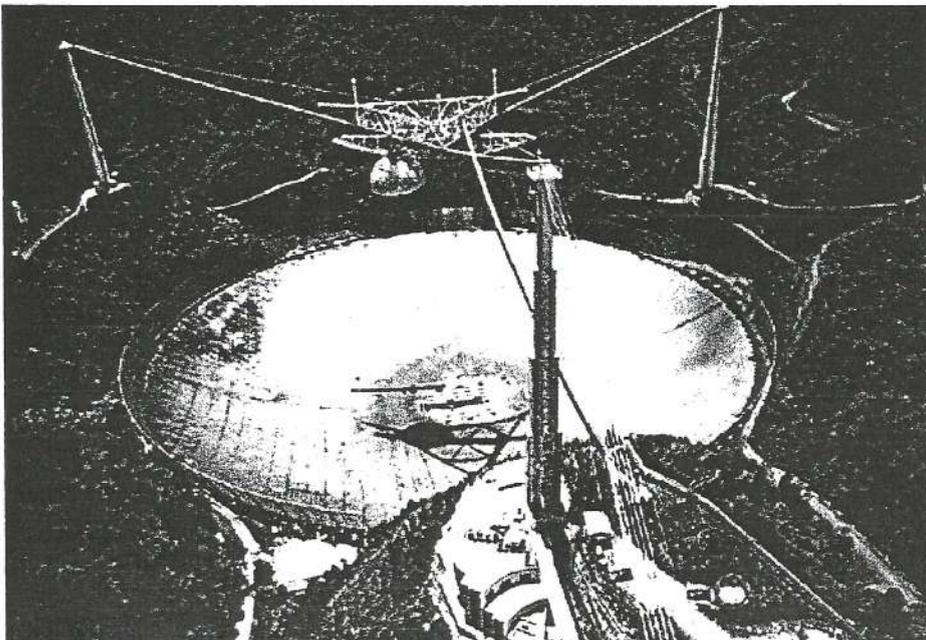
Energia

La più potente: la pulsar della Nebulosa Granchio (100 mila volte più dei Sole)

La meno potente: la PSR 2952+29 (1000 volte meno dei Sole)

e) Il radiotelescopio di Arecibo

E' uno degli strumenti che hanno maggiormente contribuito allo studio delle pulsar e in modo particolare della PSR 1913 + 16.

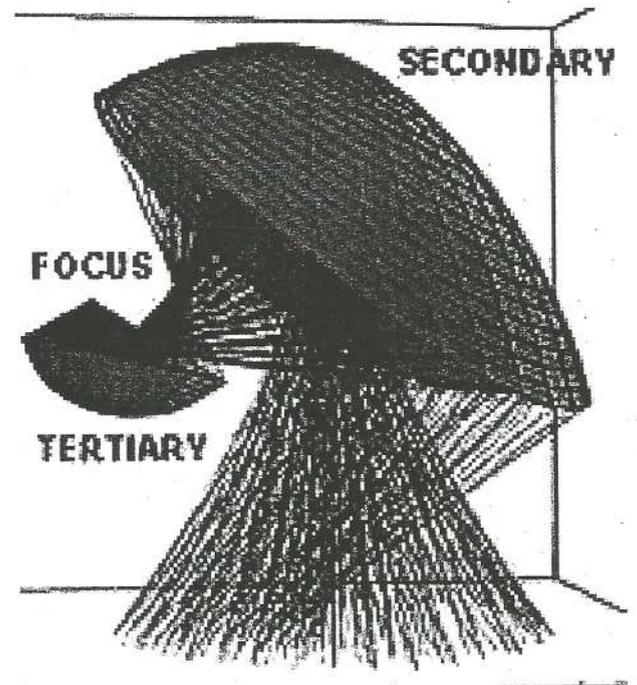


Si tratta del radiotelescopio più grande del mondo, con un diametro di 305 metri.

E' stato costruito dagli americani entro una conca naturale ad Arecibo, in Puerto Rico, vicino all'equatore.

Non è orientabile, ma fisso e quindi impiega 24 ore per esplorare l'intera volta celeste, trascinato dalla rotazione terrestre. E' in grado di seguire un astro al meridiano per un paio d'ore.

Schema dei riflettori secondario e terziario, interni alla cupola del radiotelescopio, necessari per focalizzare la radiazione su antenne molto sensibili

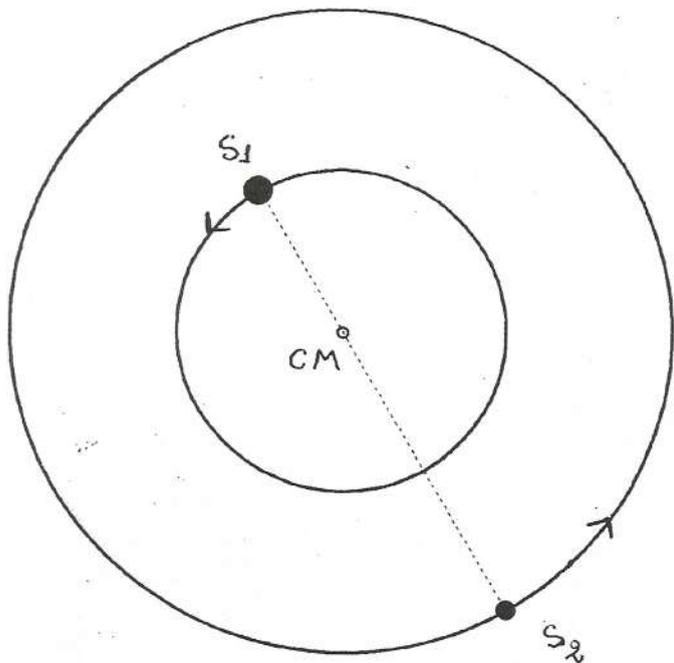


Per esplorare la volta celeste lungo il meridiano si modifica l'orientamento dello specchio secondario.

C. SISTEMA BINARIO

Con questa espressione s'intende una coppia di stelle soggette alla reciproca attrazione gravitazionale e costrette a orbitare attorno al loro baricentro. E' una situazione abbastanza diffusa e si stima che circa la metà delle stelle faccia parte di sistemi composti da due, tre o più corpi stellari.

Nei sistemi binari le orbite possono essere circolari o, più comunemente, ellittiche.

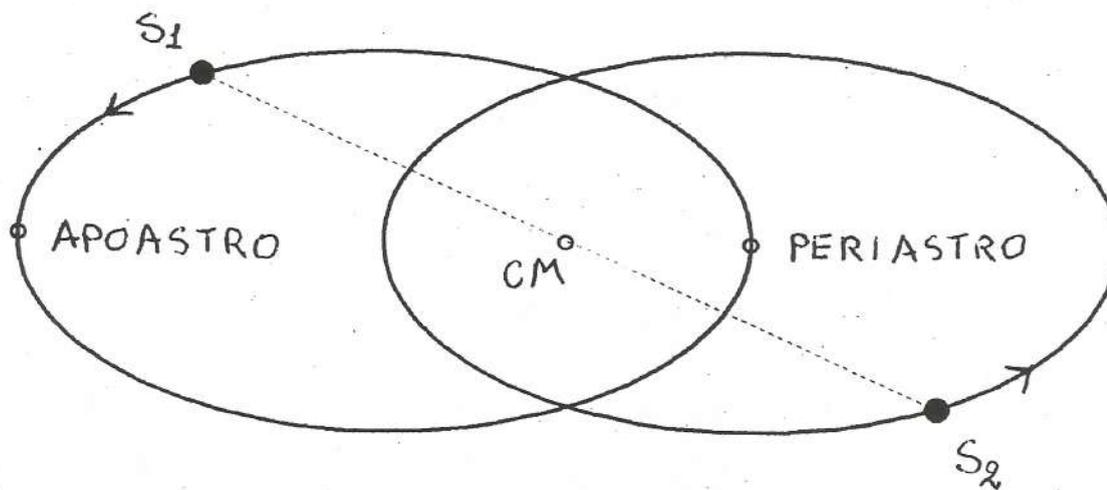


Orbite circolari delle due stelle S_1 e S_2 attorno al loro centro di massa CM (baricentro).

La massa di S_1 è doppia di quella di S_2 , quindi il raggio orbitale di S_1 è metà di quello di S_2 .

Le due stelle sono dotate di moto circolare uniforme e la loro velocità è costante.

La velocità di S_1 è la metà di quella di S_2 .



Orbite ellittiche delle due stelle S_1 e S_2 attorno al loro centro di massa CM (baricentro).

La massa di S_1 è uguale a quella di S_2 , quindi le due orbite sono uguali e vengono percorse allo stesso modo.

Il moto di ciascuna stella segue le leggi di Keplero e la velocità è variabile, massima al periastro e minima all'apoastro.

a) *L'effetto Doppler*

Lo studio di questi sistemi è molto utile in Astronomia perché dalla conoscenza dei parametri orbitali si possono ricavare importanti informazioni sulle caratteristiche delle stelle componenti. In particolare si può risalire alla velocità con cui si muovono gli astri sfruttando un fenomeno fisico, molto noto in acustica, chiamato effetto Doppler.

Forse senza conoscerlo per nome, abbiamo sicuramente avuto tutti l'occasione di notarlo direttamente, quando per la strada abbiamo sentito la sirena di un'autoambulanza, o di un'auto della polizia, mentre ci passava accanto a gran velocità: il suono acuto della sirena che si avvicinava è diventato improvvisamente più grave nel momento in cui l'automezzo ci oltrepassava allontanandosi. Lo stesso effetto si avverte, in condizioni analoghe, nelle gare di Formula 1, non più con una sirena, ma con il rumore del motore da corsa quando l'auto è lanciata sul rettilineo della pista. Provo a farvene sentire uno simile registrato su nastro (R2).

Il salto di acutezza del suono non è altro che una variazione della frequenza percepita dall'osservatore a causa della brusca variazione di velocità della sorgente sonora che, dopo essersi avvicinata, si allontana.

Consideriamo, in particolare, un suono continuo di data frequenza, come potrebbe essere proprio quello di una sirena. Se la sorgente è ferma rispetto a noi, percepiremo il suono così com'è, ma se la sorgente si avvicina la frequenza percepita sarà maggiore e il suono risulterà più acuto con effetto tanto più grande quanto più elevata è la velocità. Il contrario avviene quando la sorgente si allontana, la frequenza percepita è minore e il suono più grave. Naturalmente la frequenza effettiva del suono emesso dalla sorgente è sempre rimasta la stessa.

E' dunque la velocità della sorgente rispetto all'osservatore che rende diversa la frequenza percepita. E se la velocità non rimane costante, ma varia, lo stesso

accade alla frequenza e quindi all'acutezza del suono. Supponendo, per esempio, che la sorgente della sirena si muova a velocità costante lungo una pista circolare lontana da noi, vi sarebbero momenti in cui si avvicina alternati ad altri in cui si allontana e il suono percepito varierebbe continuamente, facendosi ora più acuto, ora più grave. Ve lo faccio sentire (R3). Tenete ben presente che la frequenza emessa dalla sorgente in moto è sempre la stessa.

Ve ne faccio sentire un altro (R4): in che cosa differisce? Quali ipotesi si possono fare sul moto della seconda sorgente?

Spero di avervi dimostrato come, misurando la frequenza di un suono e le sue variazioni, si possa utilizzare l'effetto Doppler per ricavare informazioni sulla velocità della sorgente e quindi sul suo moto. Forse sapete che tale effetto è usato anche in medicina per esaminare il flusso sanguigno nel corpo umano, ricorrendo agli ultrasuoni per la loro frequenza elevata. Si può così misurare la velocità con cui il sangue scorre nelle vene e nelle arterie.

L'effetto Doppler è un fenomeno tipico delle onde e quindi non si verifica solo in ambito acustico con le onde sonore e gli ultrasuoni, ma anche con le onde elettromagnetiche, in particolare nella banda ottica e in quella radio. Lo si può quindi utilizzare anche con la radiazione emessa dagli astri e, in modo particolare, con le onde radio emesse dalle pulsar per ottenere informazioni sul loro moto.

Se la stella di un sistema binario descrive un'orbita circolare con moto uniforme, come quella rappresentata nella figura seguente, la sua velocità rispetto all'osservatore (velocità radiale) varierà periodicamente nel tempo nel senso indicato dalle frecce e il suo grafico in funzione del tempo, dedotto in base a misurazioni dell'effetto Doppler, avrà l'andamento indicato nella figura sotto.

Orbita circolare

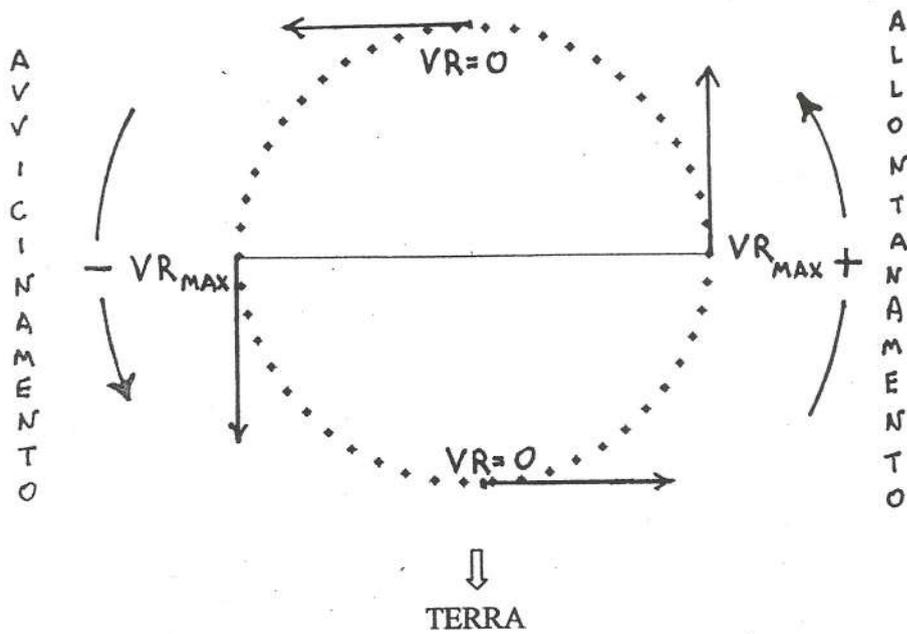
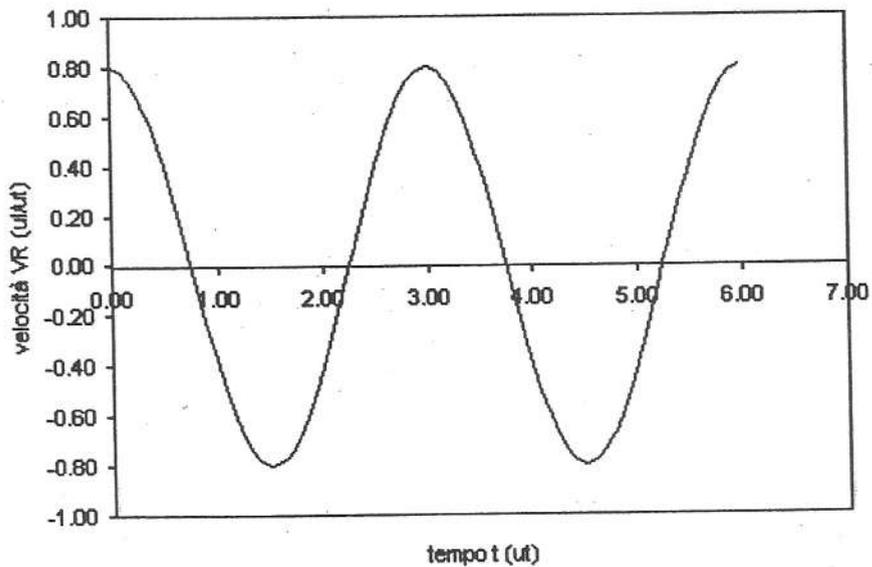


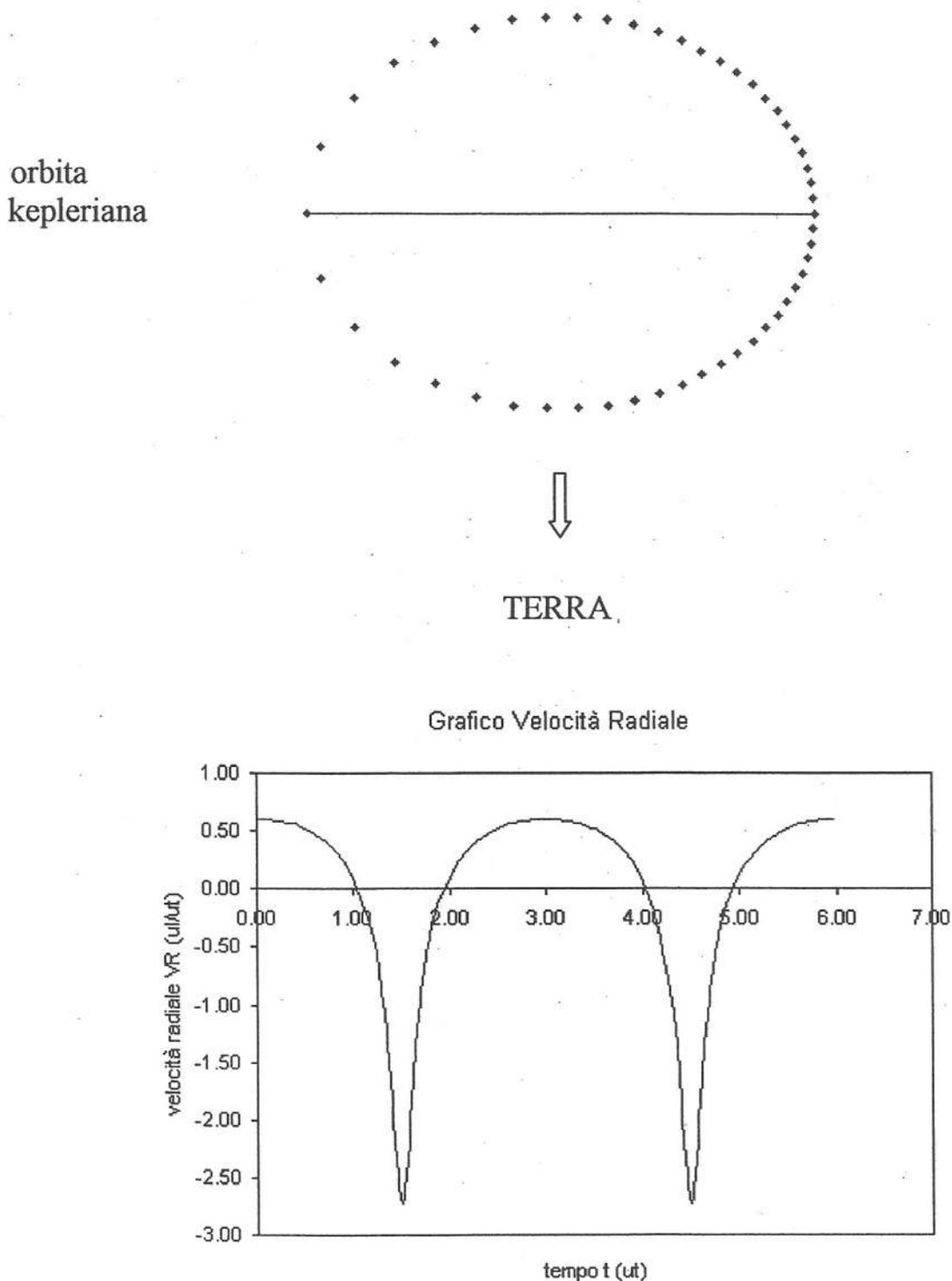
Grafico Velocità Radiale



Per semplicità ho supposto che la linea visuale giaccia sul piano orbitale.

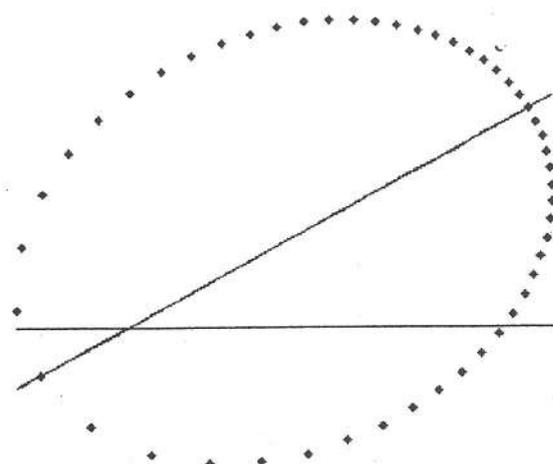
Si può anche seguire il procedimento inverso. Se il grafico di $V_R(t)$ è quello indicato, con una opportuna analisi del suo andamento si deduce che la stella descrive un'orbita circolare con moto uniforme.

Nel caso in cui l'astro descriva un'orbita ellittica si può fare un discorso analogo. Tuttavia subentra un fatto nuovo: il moto non è più uniforme perché vigono la prima e la seconda legge di Keplero. La velocità della stella lungo l'orbita varia e il moto è più rapido in prossimità del periastro e più lento verso l'apastro e quindi la velocità radiale, rispetto all'osservatore sulla Terra, avrà un andamento diverso da quello precedente. Se la disposizione dell'ellisse orbitale rispetto alla Terra è quella rappresentata, il grafico di $V_R(t)$ si presenterà come indicato dalla figura sotto.



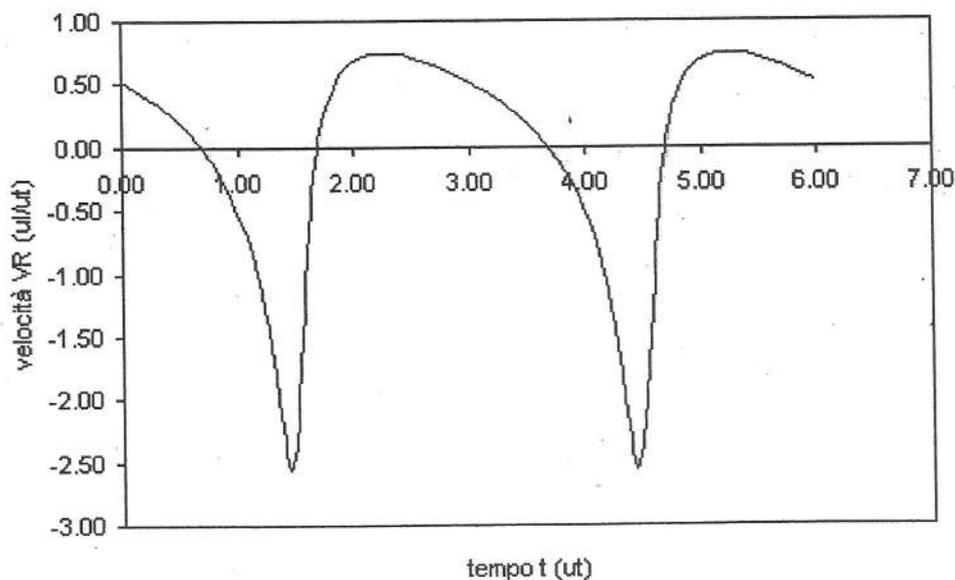
La curva si ripete identica a ogni giro, periodicamente, e ha un aspetto simmetrico per via della particolare disposizione dell'orbita rispetto all'osservatore, con l'asse dell'ellisse perpendicolare alla linea visuale. Tuttavia il suo andamento cambia se la disposizione dell'orbita è diversa. Vediamo alcuni casi.

asse orbitale
ruotato di 30°

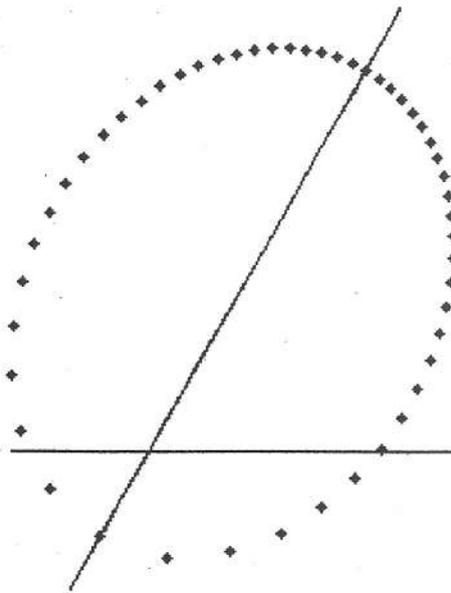


TERRA

Grafico Velocità Radiale

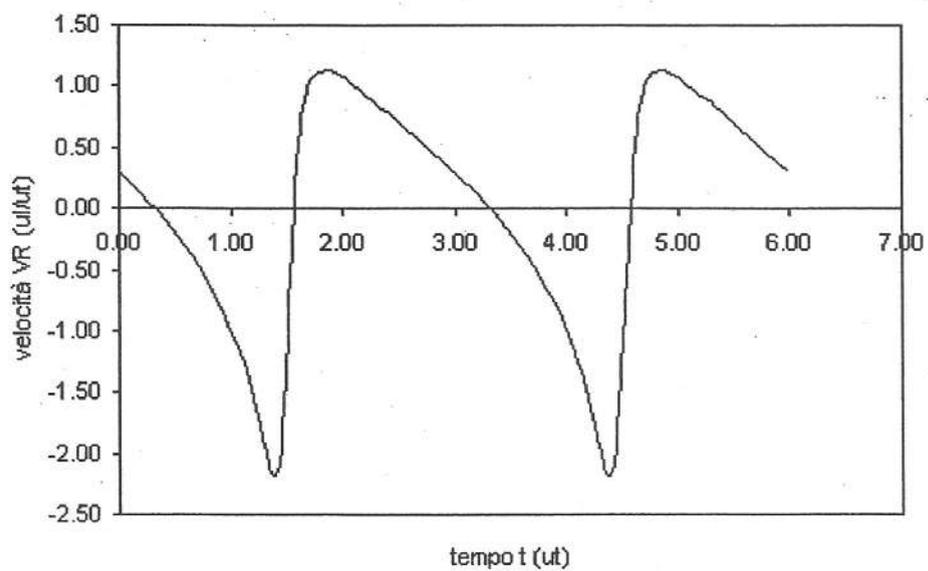


asse orbitale
ruotato di 60°

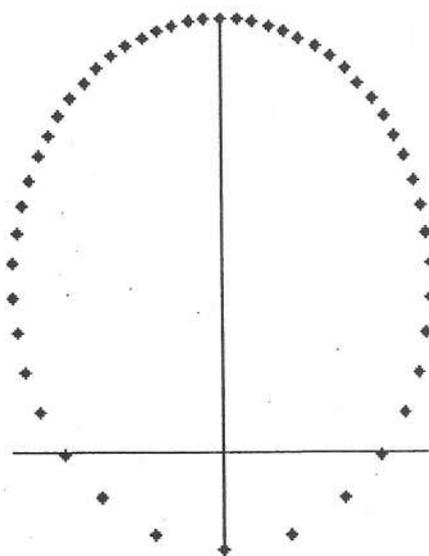


TERRA

Grafico Velocità Radiale

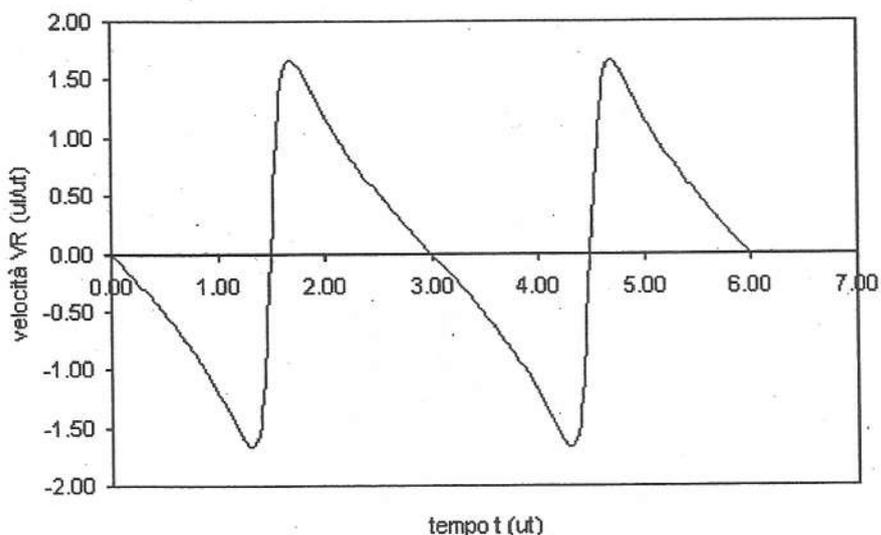


asse orbitale
ruotato di 90°



TERRA

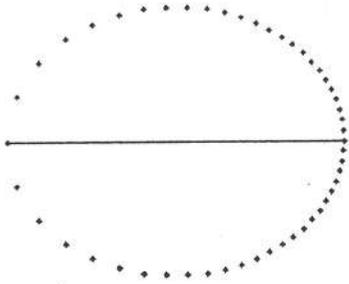
Grafico Velocità Radiale



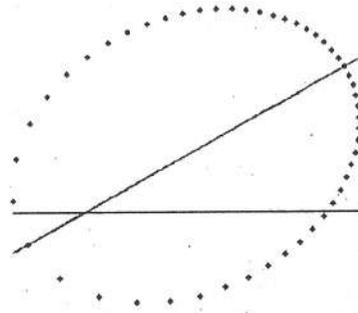
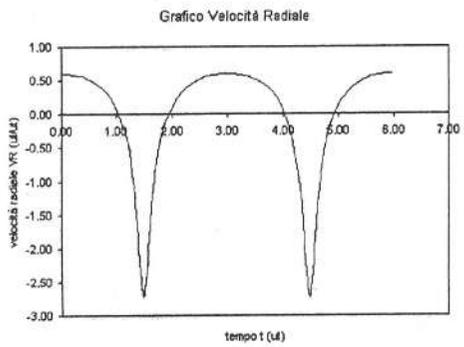
Appare evidente che, se cambia la disposizione dell'orbita sempre vista di taglio, muta anche la forma del grafico della velocità radiale e in un modo ben determinato. Si comprende, allora, come la forma del grafico di $VR(t)$ fornisca indicazioni non solo sulle caratteristiche del moto dell'astro, ma anche sulla disposizione dell'orbita rispetto all'osservatore sulla Terra.

E' questo un aspetto importante che vi prego di tenere presente perché ci servirà fra poco, quando parleremo della PSR 1913 + 16.

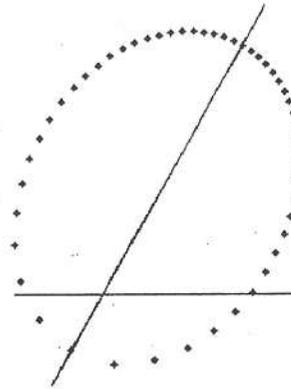
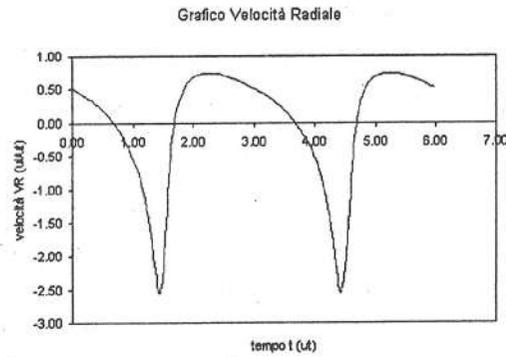
Orbita kepleriana: quattro disposizioni a confronto



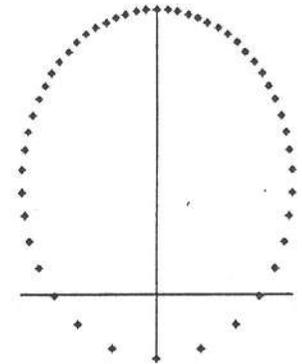
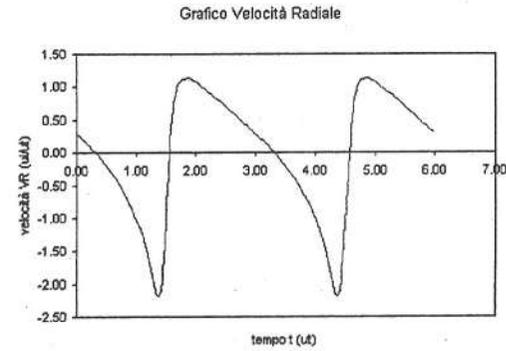
TERRA



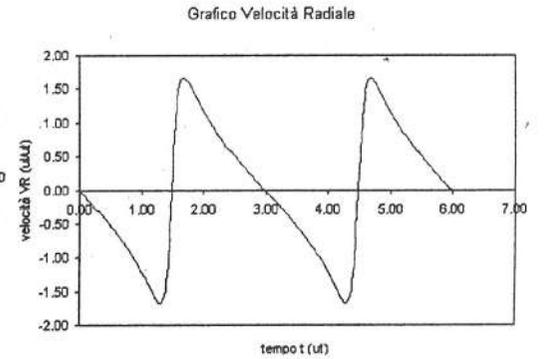
TERRA



TERRA



TERRA



A. *La scoperta*

I primi segnali dell'astro sono stati captati dal radiotelescopio di Arecibo nell'estate 1974 durante una ricerca di nuove pulsar, pochi anni dopo la loro scoperta. Il lavoro era svolto da Russel Hulse che doveva conseguire il dottorato sotto la guida del Prof. Joseph Taylor.

Mentre il professore era in vacanza, Hulse stava facendo una ricerca sistematica, quando rilevò un segnale pulsato debolissimo, con un periodo di circa 0,059 secondi. Verso la fine di agosto, volendo farne una valutazione accurata, misurò il periodo all'inizio e alla fine delle due ore di osservazione consentite dallo strumento e rimase sorpreso del risultato. Racconta Hulse:

“I due periodi, invece di essere uguali entro un piccolo margine di errore facilmente valutabile, differivano di 27 microsecondi, un ammontare enorme! La mia reazione, naturalmente, non fu <<Eureka! Ho fatto una scoperta>>, ma piuttosto un infastidito <<che diavolo di intoppo c'è, ora?>>. Dopo che un secondo tentativo di ottenere un risultato accettabile era sortito, due giorni dopo, in un disaccordo ancora peggiore, presi la ferma risoluzione di andare in fondo al problema, quale che fosse, e di trovare alla fine il periodo di questa recalcitrante pulsar.”

Nei giorni successivi, nonostante le modifiche fatte al programma di acquisizione ed elaborazione dati, le cose peggiorarono ancora. Tuttavia Hulse si accorse che due curve rappresentanti entrambe la variazione del periodo, ma registrate a 23 ore e un quarto di distanza, risultavano identiche perché erano perfettamente sovrapponibili. La seconda registrazione aveva l'aria di essere una ripetizione della prima, per cui le due variazioni di periodicità indicavano chiaramente un andamento ricorrente nel tempo. Questo fatto era da attribuirsi a

un moto periodico della pulsar che doveva evidentemente far parte di un sistema binario.

Poiché nelle due curve il periodo risultava sempre in diminuzione, cioè la frequenza degli impulsi aumentava, significava che la stella stava in quel momento percorrendo un tratto della sua orbita che l'avvicinava alla Terra e, giacché la cosa si ripeteva dopo 23 ore e un quarto, il tempo di rivoluzione doveva avere quella durata o essere un suo sottomultiplo. Così ha ragionato Hulse che, non potendo modificare l'orientamento del telescopio per seguire la stella lungo tutto il suo percorso orbitale, ed essendo costretto a osservare l'astro per non più di due ore al giorno, decise di proseguire quotidianamente le registrazioni per cercare di cogliere il momento in cui l'astro, continuando a percorrere la sua orbita giro dopo giro, avrebbe cessato di avvicinarsi alla Terra e iniziato ad allontanarsi.

Sarebbe stato molto facile accorgersene, perché la linea delle variazioni del periodo, che fino ad allora aveva continuato a scendere, avrebbe preso a salire, confermando in modo inequivocabile l'appartenenza della pulsar a un sistema binario.

Il fatto si verificò puntualmente il 16 settembre, come risulta dal grafico riportato dagli appunti di Hulse, il quale poté finalmente inviare un telegramma al Prof. Taylor per informarlo che aveva scoperto la prima pulsar binaria. A differenza di tutte le altre pulsar precedentemente osservate, il segnale pulsato della PSR 1913 + 16 subiva delle oscillazioni periodiche nel ritmo a causa dell'effetto Doppler dovuto al moto orbitale della stella, che si avvicina e si allontana dalla Terra a ogni giro.

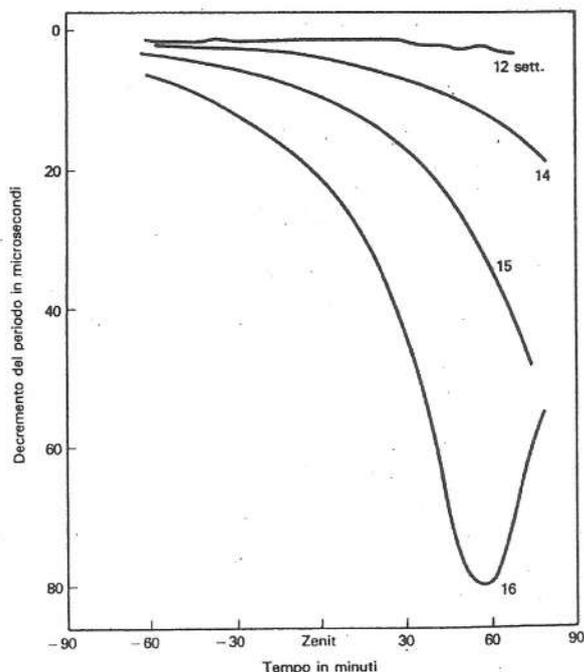


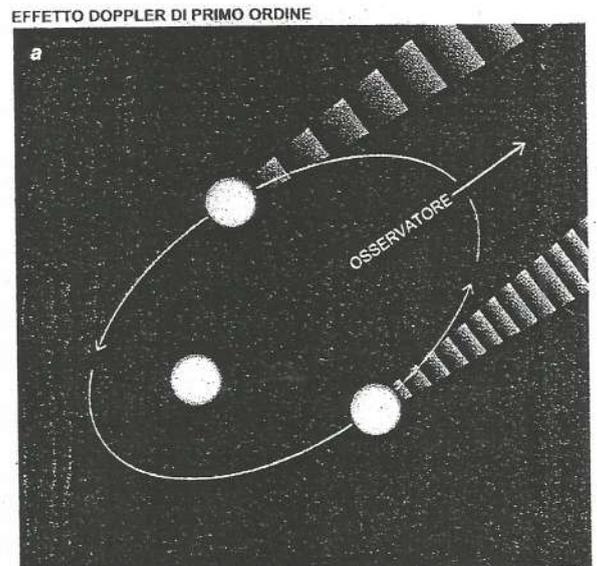
Figura 12
Cambiamenti nel periodo degli impulsi della pulsar binaria. I dati sono tratti dal taccuino di Hulse.

Taylor si precipitò ad Arecibo e si mise a studiare, insieme a Hulse e ad altri, quello strano oggetto che, per le sue caratteristiche, si è rivelato un sistema in cui gli effetti relativistici assumono un grande rilievo, un vero e proprio laboratorio celeste per la verifica e l'applicazione della teoria gravitazionale einsteiniana, nota anche come Relatività Generale.

B. Primi dati

Le prime misurazioni, effettuate nei mesi successivi, consentirono di determinare più accuratamente il periodo degli impulsi (tempo di rotazione dell'astro) e il periodo orbitale (tempo di rivoluzione), di valutare la distanza del sistema e di ottenere una buona stima dei parametri orbitali, deducendoli dal grafico della velocità radiale ottenuto in base all'effetto Doppler, che è illustrato nel disegno.

- Periodo di rotazione $T_{\text{ROT}} = 0,05903 \text{ s}$
(velocità angolare $\Omega = 16,94 \text{ giri/s}$)
- periodo di rivoluzione $T_{\text{RIV}} = 7,75 \text{ h}$
- distanza dalla Terra $d \approx 16 \text{ 000 anni luce}$



Le condizioni di simmetria presentate dal grafico della velocità radiale, mostrato nella figura seguente, indicavano che l'asse principale dell'ellisse era praticamente perpendicolare alla linea visuale e quindi si poteva dedurre che:

- velocità radiale al periastro $V_P \approx 300 \text{ km/s}$
- velocità radiale all'apastro $V_A \approx 75 \text{ km/s} = \frac{1}{4} V_P$

- distanza da CM del periastro $R_P \approx \frac{1}{4} R_A$
per cui l'orbita risultava molto eccentrica, con $\epsilon \approx 0,62$.

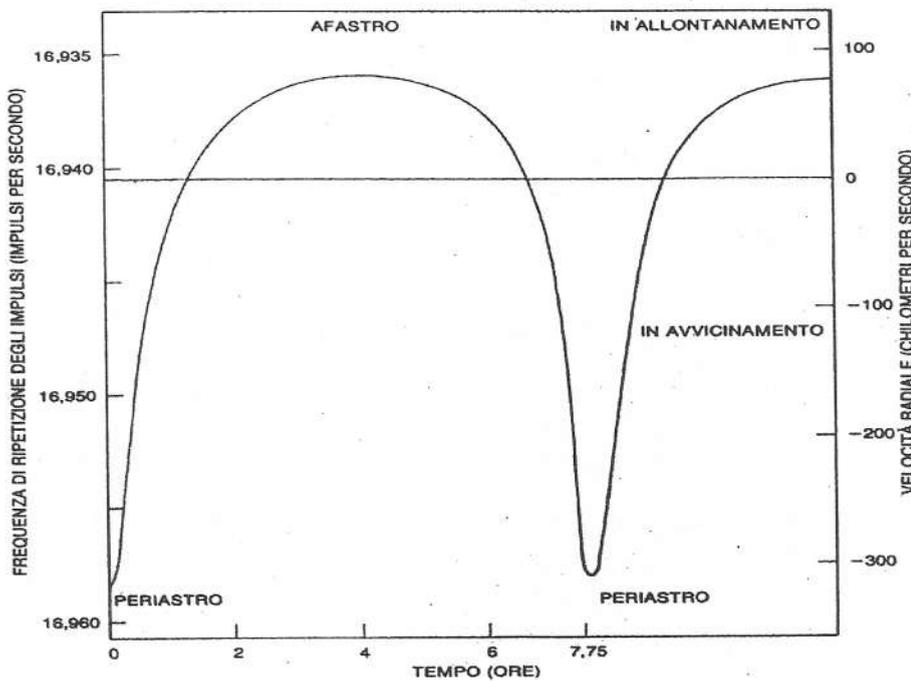


Grafico della velocità radiale della pulsar, ottenuto tramite l'effetto Doppler

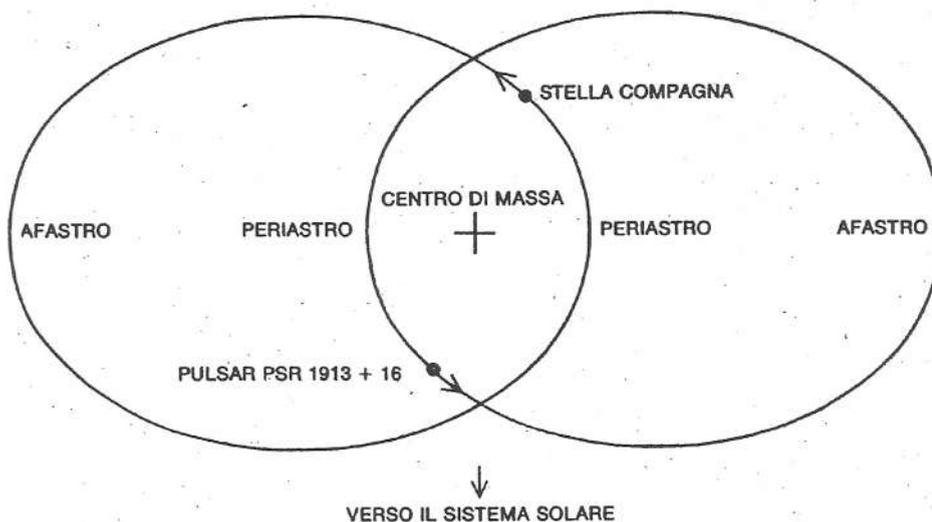
Non era invece possibile ricavare le dimensioni assolute dell'orbita, la sua inclinazione rispetto alla direzione visuale, la massa della pulsar e quella della sua silenziosa compagna, della quale non si riusciva a captare nessun segnale nonostante i ripetuti tentativi.

Tuttavia, misurando il ritardo con cui arrivava il segnale emesso quando la stella si trovava nel punto più lontano dalla Terra rispetto a quello emesso quando era nel punto più vicino ($\tau \approx 4$ s), fu possibile stimare le dimensioni dell'orbita ($D_{ORB} = \tau c \approx 1\,200\,000$ km).

Considerando la pulsar come una normale stella di neutroni si ritenne la sua massa non lontana dal valore più frequentemente incontrato $M_P \approx 1,4 M_{\odot}$ e, ragionando per esclusione, si finì per ammettere che anche la compagna doveva essere una stella di neutroni di analoga massa; ciò consentì di stabilire che l'inclinazione dell'orbita era superiore a 30° ($i > 30^\circ$).

Alla fine del 1974 il quadro più plausibile era il seguente:

- periodo di rotazione $T_{\text{ROT}} = 0,059 \text{ s}$
- suo incremento annuo $\dot{T}_{\text{ROT}} = 0,273 \text{ miliardesimi di secondo/anno}$
- periodo di rivoluzione $T_{\text{RIV}} = 7,75 \text{ h}$
- velocità media $V_{\text{MED}} \approx 200 \text{ km/s}$ ($\sim 1/1000$ velocità della luce)
- masse $M_{\text{P}} \approx M_{\text{C}} \approx 1,4 M_{\odot}$
- diametro $D \approx 20/30 \text{ km}$
- semiasse maggiore $a \approx 700 \text{ 000 km}$
- eccentricità $\varepsilon \approx 0,62$
- inclinazione $i > 30^\circ$
- distanza dalla Terra $d \approx 16 \text{ 000 a l}$



Disegno dell'orbita della pulsar tracciato in base ai dati

C. Un laboratorio relativistico

Due corpi di massa così grande e dimensioni tanto piccole, orbitanti uno attorno all'altro a velocità così elevate e a distanza tanto ravvicinata, non erano mai stati osservati prima e la notizia della scoperta si diffuse rapidamente nell'ambiente scientifico, suscitando scalpore e meraviglia. In particolare fra gli specialisti di Relatività Generale, i quali si resero subito conto che un sistema siffatto si prestava alla verifica di effetti relativistici noti, ma fino allora controllati solo in parte e non sempre con adeguata accuratezza.

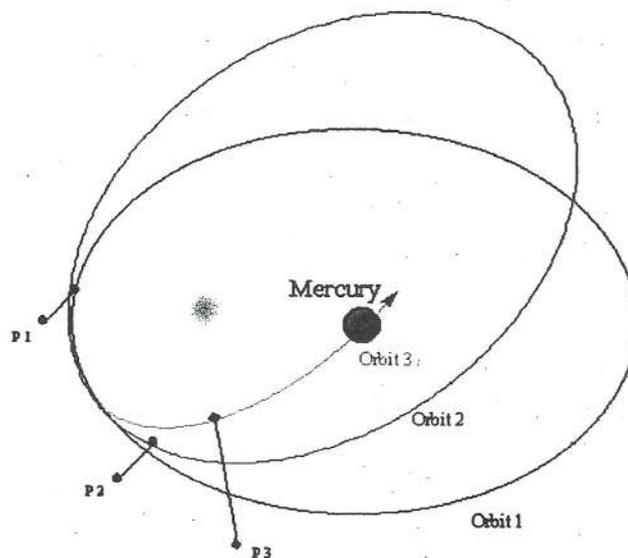
Non potendo entrare in troppi dettagli, mi limiterò a descrivere i due fatti di maggiore rilievo e che meglio si prestano, dopo quanto ho esposto finora, a una spiegazione. Dovrò però fare, al momento opportuno, un breve cenno a un altro effetto relativistico, di minore risalto e meno semplice da comprendere.

D. *Le Verrier, Einstein e l'orbita di Mercurio*

Il primo fatto mi obbliga ad aprire una piccola parentesi, per raccontare una breve storia, molto nota, che riguarda il nostro sistema solare e in particolare l'orbita del pianeta più vicino al Sole, Mercurio.

Si tratta del primo controllo sperimentale della Relatività Generale, fatto dallo stesso Einstein nel 1915, quando con la sua teoria riuscì a spiegare completamente la rotazione secolare dell'orbita del pianeta. E' noto, infatti, che le orbite planetarie non sono chiuse perfettamente come vorrebbe la prima legge di Keplero, ma sono dotate di un moto a rosetta come indicato dalla figura.

Disegno non in scala
dell'orbita di Mercurio
per illustrare l'avanzamento
del perielio



La spiegazione di questo fatto, secondo la teoria di Newton, è attribuita all'influenza gravitazionale reciproca tra i diversi pianeti del sistema solare, per cui il moto di ciascuno, pensato come unico corpo orbitante intorno al Sole secondo la prima legge di Keplero, è in realtà perturbato dalla presenza degli altri pianeti, a

cominciare da quelli più vicini (ho già accennato alle perturbazioni planetarie quando ho raccontato le vicende della scoperta di Nettuno).

Il caso più interessante è quello di Mercurio, per il quale il moto a rosetta è più evidente in quanto pianeta più vicino al Sole. Lo spostamento angolare del perielio è di 574 secondi (quasi 10 primi) ogni 100 anni e verso la metà del 1800 Le Verrier, l'astronomo francese diventato famoso perché i suoi calcoli portarono alla scoperta di Nettuno, era riuscito a valutare l'effetto perturbativo degli altri pianeti, trovando, come valore complessivo dello spostamento indotto sul perielio di Mercurio, 531 secondi. Mancavano 43 secondi d'arco al valore misurato con le osservazioni, differenza che Le Verrier non riuscì a spiegare, se non con ipotesi assai poco convincenti. Nel 1859 egli si decise a rendere pubblica questa discrepanza che metteva in evidenza un chiaro limite della teoria gravitazionale di Newton.

Solo nel 1915 la spiegazione di quei 43 secondi eccedenti emerse in modo limpido e naturale, senza bisogno di ipotesi aggiuntive, dalla nuova teoria della gravità, sviluppata da Einstein il quale, trovando nei calcoli la conferma dell'accordo tra la sua teoria e il dato sperimentale, in una lettera a un collega amico ebbe a scrivere:

<< Per alcuni giorni sono rimasto fuori di me per l'eccitazione e la gioia >>.

Fu quella la prima conferma della validità della Relatività Generale.

E. La rotazione dell'orbita della pulsar

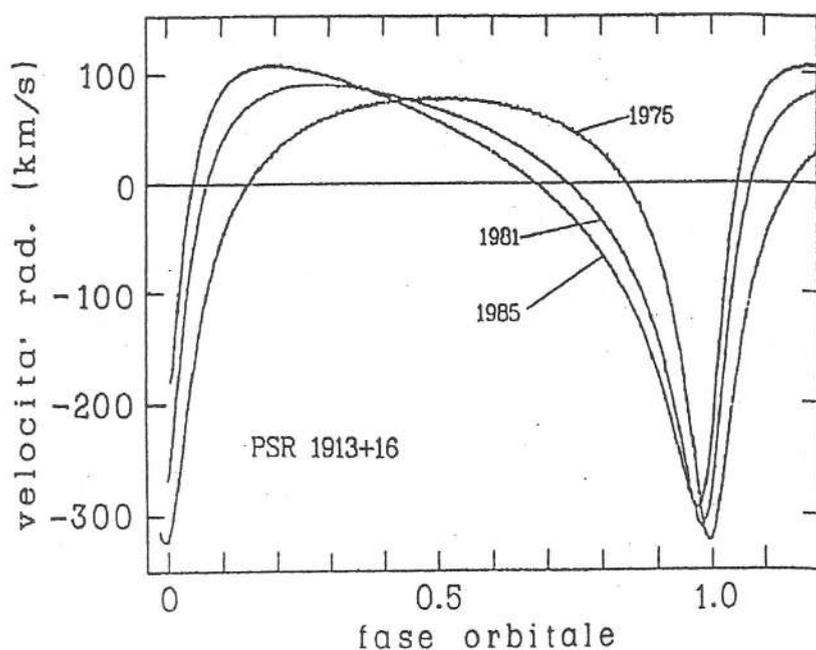
A quell'epoca i dati relativi al sistema solare erano gli unici disponibili, anche se sufficientemente accurati e affidabili, per poter eseguire verifiche come quella appena raccontata. Ma dopo sessant'anni, ecco che si presentava un sistema di soli due corpi, con caratteristiche del tutto particolari ed estremamente favorevoli

a un controllo della gravitazione einsteiniana, sia per l'entità delle masse, sia per i parametri orbitali, sia per l'accuratezza con cui si potevano fare le misure.

La rapidità di spostamento del periastro, e quindi di rotazione dell'orbita, dipende dalla massa complessiva dei corpi interagenti, dalla loro distanza, dal periodo orbitale, dall'eccentricità dell'orbita. Precisamente è tanto maggiore quanto maggiori sono la massa totale e un fattore $f(\epsilon)$ legato all'eccentricità e quanto minori sono la distanza e il periodo. Confrontando il sistema binario con la coppia Sole-Mercurio si ottengono i seguenti valori approssimati:

- $M_{\text{BINARIA}} \approx 3 M_{\text{SOLE-MERCURIO}}$
- $f(\epsilon)_{\text{BINARIA}} \approx 1,5 f(\epsilon)_{\text{SOLE-MERCURIO}}$
- $d_{\text{BINARIA}} \approx 1/30 d_{\text{SOLE-MERCURIO}}$
- $T_{\text{BINARIA}} \approx 1/270 T_{\text{SOLE-MERCURIO}}$

per cui si trova che la rapidità di rotazione dell'orbita della nostra pulsar deve risultare 36 000 volte più grande di quella di Mercurio. Un semplice calcolo dà il seguente risultato: $36\ 000 \cdot 43 \text{ secondi} / 100 \text{ anni} \approx 4 \text{ gradi} / \text{anno}$, un effetto sicuramente misurabile, dato il suo carattere cumulativo, nel giro di pochi anni, analizzando le modificazioni della forma del grafico della velocità radiale.



Modificazione progressiva della curva della velocità radiale della pulsar

Le misure confermarono la previsione, al punto che si ritenne ormai maturato il momento di sospendere le verifiche di validità della Relatività Generale per utilizzarla come valida teoria per ricavare le informazioni che ancora mancavano sul sistema binario, vale a dire le masse delle due stelle e l'inclinazione del piano orbitale.

F. *Un altro piccolissimo effetto relativistico*

Per le notevoli caratteristiche del nostro sistema, è sicuramente presente anche un altro effetto relativistico a cui intendo fare soltanto un cenno.

La pulsar, con il suo segnale pulsato e regolare, è come un orologio ad altissima precisione in orbita con velocità elevatissima nel campo gravitazionale della sua compagna. A causa del fatto che, quando la pulsar si avvicina alla compagna, la sua velocità aumenta mentre il campo gravitazionale attraversato si fa via via più intenso, si verifica un lievissimo rallentamento nel ritmo degli impulsi perché il tempo, in quella situazione, scorre più lentamente. La variazione è molto piccola, ma è prevista dalla teoria einsteiniana ed è stata confermata anche in raffinati esperimenti condotti sulla Terra.

Ora, questo rallentamento dipende dal rapporto tra le masse dei due astri M_P / M_C mentre, come abbiamo visto, la rotazione orbitale già misurata dipende dalla somma delle due masse $M_P + M_C$. Ne deriva che, riuscendo a misurare il piccolissimo rallentamento temporale, si potrebbe risalire ai valori di M_P e M_C e infine trovare anche l'inclinazione del piano orbitale, completando così il quadro complessivo.

G. *Misurazioni accuratissime*

Il gruppo di Taylor decise di provare e per farlo cercò di migliorare il più possibile l'accuratezza delle misurazioni del segnale emesso dalla pulsar.

Sostanzialmente cercò di seguire l'astro con il radiotelescopio per tempi molto lunghi, confrontando le misure con il tempo dato da un orologio atomico. Riuscì nell'intento a tal punto che, anche sospendendo le osservazioni non solo per 22 ore, ma per settimane o mesi, onde consentire anche ad altri gruppi di lavoro di utilizzare lo strumento di Arecibo, quando esse venivano riprese era possibile riagganciare la fase del segnale e sincronizzare nuovamente il rivelatore come se la registrazione non fosse mai stata interrotta. In altre parole, se nel frattempo erano passati, supponiamo, cento milioni esatti di impulsi, i ricercatori riuscivano a sincronizzarsi su quello immediatamente successivo.

Questa osservazione permette di capire a quale livello di accuratezza nelle misurazioni fosse arrivato il gruppo dei ricercatori. Ecco l'elenco dei vari parametri:

		↓ variazioni Doppler	
- periodo di rotazione	$T_{\text{ROT}} = 0,059\ 029\ 995\ 271\ \text{s}$		
- suo incremento annuo	$\dot{T}_{\text{ROT}} = 0,273\ \text{miliardesimi di secondo/anno}$		
- periodo di rivoluzione	$T_{\text{RIV}} = 7,751\ 939\ 397\ \text{h}$		
- velocità di rotazione orbitale	$\dot{\omega} = 4,226\ 3\ \text{gradi/anno}$		
- massa pulsar	$M_{\text{P}} = 1,442\ M_{\odot}$	}	$M_{\text{TOT}} = 2,828\ M_{\odot}$
- massa compagna	$M_{\text{C}} = 1,386\ M_{\odot}$		
- eccentricità	$\varepsilon = 0,617\ 155$		
- inclinazione	$i = 47^{\circ}$		
- semiasse maggiore orbita pulsar	$a_{\text{P}} = 960\ 000\ \text{km}$	}	$a = 1\ 950\ 000\ \text{km}$
- semiasse maggiore orbita compagna	$a_{\text{C}} = 990\ 000\ \text{km}$		

H. Le onde gravitazionali

Questo ultimo effetto, che solo adesso possiamo prendere in considerazione, è certamente il più clamoroso.

Basandosi sulla sua teoria della Relatività Generale, Einstein aveva previsto l'esistenza delle onde gravitazionali. Sostanzialmente, come le cariche elettriche accelerate danno origine alle onde elettromagnetiche (dal telecomando al telefono cellulare, dalle onde radio alla luce), così le masse accelerate producono onde gravitazionali, le quali si propagano con la stessa velocità delle onde elettromagnetiche, cioè con la velocità della luce.

Una grande differenza fra i due tipi di onde sta nell'intensità del segnale che, per le onde gravitazionali, è debolissimo. Così debole che, nonostante i molti tentativi fatti da diversi ricercatori in tutto il mondo, in Italia da Edoardo Amaldi, non è mai stato ottenuto alcun riscontro diretto.

Lo stesso Einstein dubitò che si sarebbe riusciti a rivelarle, osservando che solo enormi masse con forti accelerazioni avrebbero potuto produrre onde di una certa intensità e quindi ben difficilmente sarebbe stato possibile costruire sorgenti terrestri di onde gravitazionali allo scopo di fare esperimenti analoghi a quelli eseguiti da Hertz nel 1888 per rivelare le onde elettromagnetiche.

Era opinione diffusa che solo con particolari sorgenti cosmiche si sarebbe potuto sperare qualcosa e così proprio il nostro sistema binario di stelle di neutroni si presentò come particolarmente adatto per tale verifica.

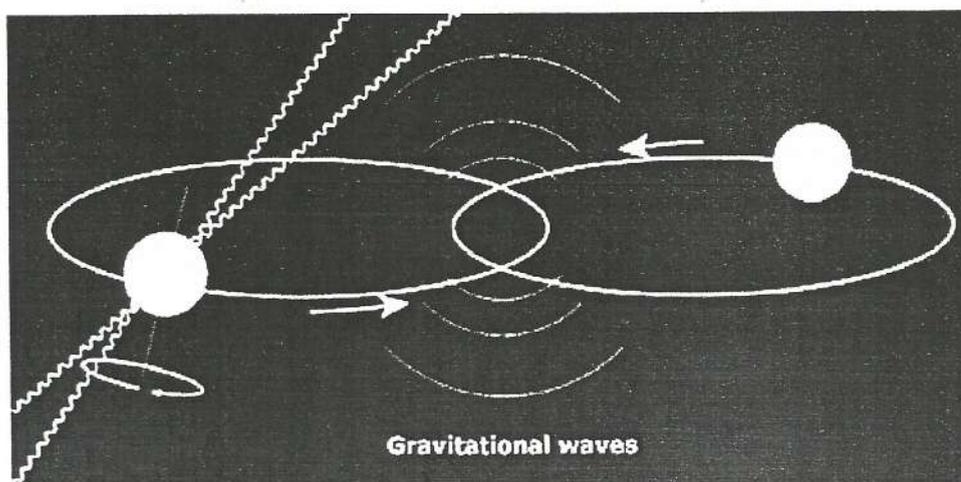


Illustrazione dell'emissione di onde gravitazionali da parte del sistema binario

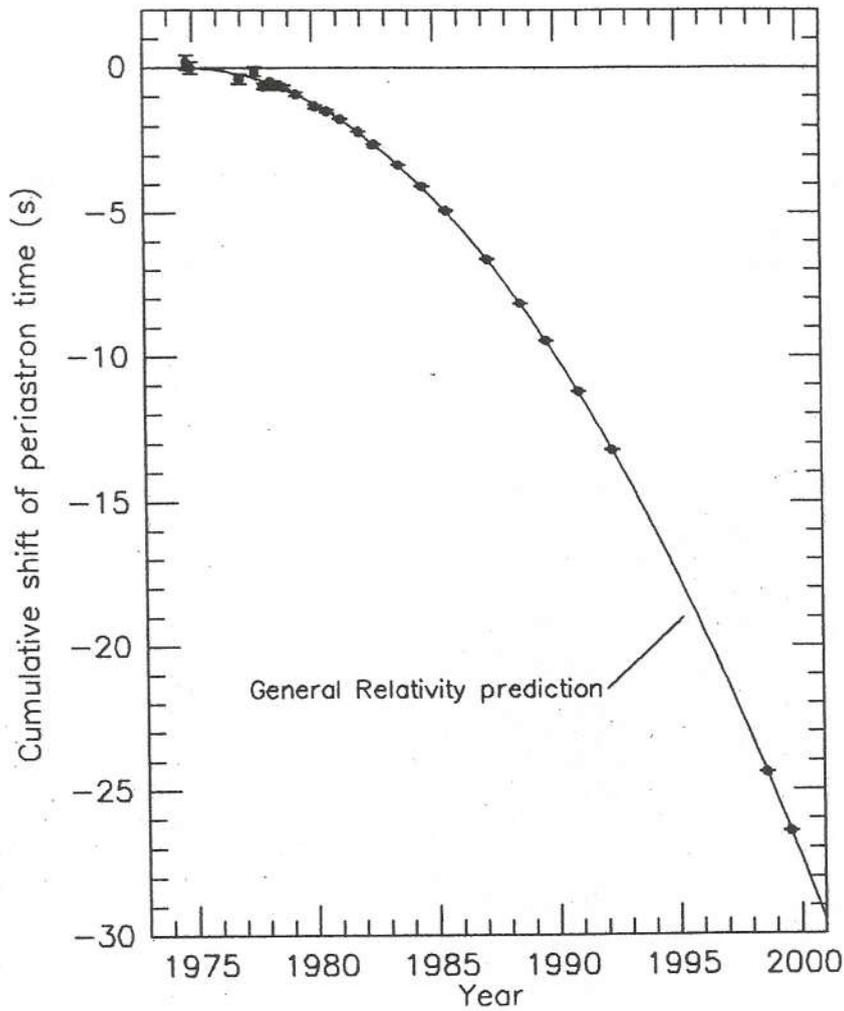
I calcoli teorici indicarono subito che era impossibile rivelare sulla Terra, sia pure con sensori opportunamente costruiti, onde gravitazionali emesse da un oggetto celeste posto a 16 000 anni luce di distanza, nonostante la potenza emessa dal sistema doppio risultasse di dieci miliardi di miliardi di megawatt ($\sim 10^{25}$ W), pari a circa un quarantesimo della potenza solare.

Tuttavia, poiché l'emissione di tali onde comporta una perdita di energia da parte del sistema, venne calcolata l'entità di tale perdita nel volgere di un anno e vennero valutate le conseguenze sul moto della pulsar.

Analogamente a quanto accade ai satelliti artificiali della Terra, che perdono energia a causa degli attriti con l'alta atmosfera e quindi scendono di quota aumentando in velocità (la perdita di energia potenziale per la diminuzione di quota è circa doppia del guadagno di energia cinetica associata al moto), la pulsar, a causa della perdita di energia da parte del sistema per emissione di onde gravitazionali, dovrebbe orbitare sempre più vicino alla compagna e con crescente velocità, riducendo gradualmente il periodo di rivoluzione attorno ad essa.

Ciò è stato controllato con grande accuratezza nell'arco di un ventennio e si è trovato che il periodo diminuisce ogni anno di 76 milionesimi di secondo in accordo con il valore previsto dalla teoria, con una incertezza inferiore all'uno per cento. Nel contempo si verifica anche una contrazione di qualche metro dell'asse principale dell'orbita, ma essa è troppo piccola per essere misurata.

Il risultato trovato è ben descritto nel grafico seguente, dove si mostra con quanti secondi di anticipo si verifichi, col passare degli anni a partire dal 1974, il passaggio della pulsar al periastro: la linea continua indica la previsione fatta in base alla teoria delle onde gravitazionali, mentre i punti in neretto indicano i valori ottenuti, nello stesso lasso di tempo, mediante le osservazioni; l'incertezza di misura è rappresentata dal trattino verticale.



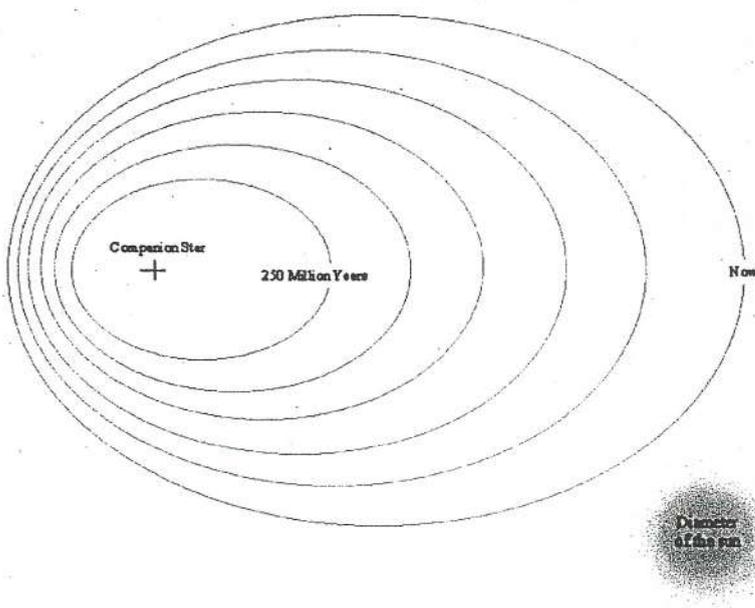
Progressivo anticipo del passaggio della pulsar al periastro, conseguenza della perdita di energia da parte del sistema binario

La figura successiva rappresenta l'orbita relativa della pulsar, rispetto alla sua

silenziosa compagna, con le modificazioni che subirà ogni 50 milioni di anni. Il

disegno è in scala come mostra il disco solare a fianco rappresentato.

E' in questo modo, sia pure indiretto, che è stata dimostrata l'esistenza delle onde gravitazionali.



L. Premio Nobel

Per la scoperta di PSR 1913 + 16 e per i risultati ottenuti studiandone per tanti anni il moto, Russel A. Hulse e Joseph H. Taylor hanno ricevuto il Premio Nobel per la Fisica nel 1993.

"for the discovery of a new type of pulsar, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation"



Russell A. Hulse

⊙1/2 of the prize

USA

Princeton University
Princeton, NJ, USA

b.1950



Joseph H. Taylor Jr.

⊙1/2 of the prize

USA

Princeton University
Princeton, NJ, USA

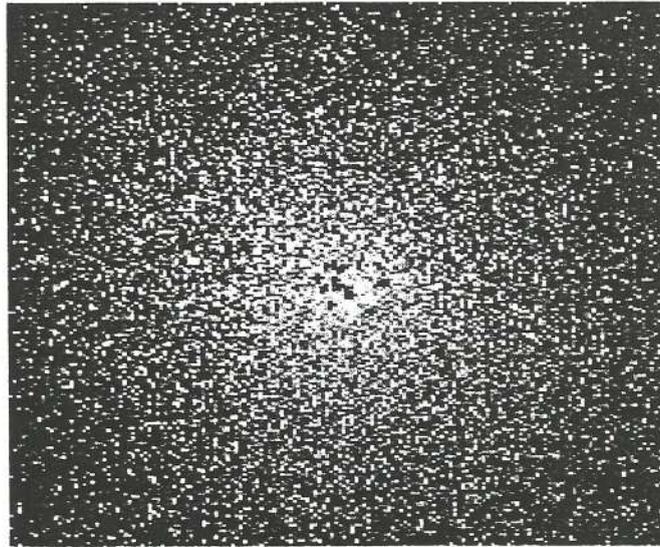
b.1941

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Tempesti P., "Pulsar", Biroma Editore, Galliera Veneta (PD), 1997
2. Will C. M., "Einstein aveva ragione?", Bollati Boringhieri, Torino, 1989
3. Baroni L., Callegari G., Fortini P., Gualdi C., "La ricerca delle onde gravitazionali", *Giornale di Fisica*, n 1, 1981
4. Baroni L., Callegari G., Fortini P., Gualdi C., "Verifica sperimentale dell'esistenza delle onde gravitazionali", *Giornale di Astronomia*, n. 1, marzo 1980
5. Cerdonio M., Giazotto A., "La ricerca delle onde gravitazionali", *Le Scienze quaderni*, n. 97, marzo 2000 (ristampa)
6. Kleppner D., "Gem of General Relativity", *Physics Today*, April 1993
7. Mignani R., "Pulsar trent'anni dopo", *l'astronomia*, n. 184, febbraio 1998
8. Piran T., "Stelle di neutroni binarie", *Le Scienze*, n. 323, luglio 1995
9. Weisberg J. M., Taylor J. H., Fowler L. A., "Onde gravitazionali da una pulsar orbitante", *Le Scienze*, n. 160, dicembre 1981
10. Blake J., "Neutron Stars and Pulsars", *Astronomy* 250a, Fall 2001, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee,
<http://brahms.phy.vanderbilt.edu/classes/a250/fal2001/NeutronStar/web%20pgae2.htm>
11. Hulse R. A., "The Discovery of the Binary Pulsar", Nobel Lecture, December 8 1993,
<http://www.nobel.se/physics/laureates/1993/hulse-lecture.html>
12. Kramer M., "Pulsar Astrophysics", February 2001, Jodrell Bank Observatory, University of Manchester,
<http://www.jb.man.ac.uk/research/pulsar/Education/index.html>

13. Lorimer D. R., "*Binary and Millisecond Pulsars at the New Millenium*", Living Reviews in Relativity, <http://www.ib.man.ac.uk/research/pulsar/Education/index.html>
14. Smith G., "*Supernovae, Neutron Stars & Pulsars*", Astronomy Tutorial, University of California, <http://casswww.ucsd.edu/public/tutorial>
15. Taylor J. H., "*Binary Pulsars and Relativistic Gravity*", Nobel Lecture, December 8 1993, <http://www.nobel.se/physics/laureates/1993/taylor-lecture.html>
16. "*Pulsars*", Royal Observatory Greenwich, <http://www.rog.nmm.ac.uk>
17. The Arecibo Observatory, <http://www.naic.edu/>
18. "*The Binary Pulsar PSR 1913+16*", <http://astrosun.tn.cornell.edu/courses/astro201/psr1913.htm>
19. "*The Sounds of Pulsars*", Jodrell Bank Observatory, <http://www.ib.man.ac.uk/research/pulsar/Education/index.html>
20. <http://www.nobel.se/physics/laureates/1993/illpres/discovery.html>

Pulsar millisecondo nell'ammasso globulare 47 Tucanae



This beautiful globular cluster harbours 22 millisecond pulsars with periods between 2 and 8 ms. Many of them have a binary companion. We can estimate that hundreds more of these objects are in the cluster, but they may be too weak to be detected. The first sound file is a sequence of 16 of the known millisecond pulsars followed by them all played together. The second file is a sequence of the pulsar sounds as they sound due to intensity variation caused by scintillation.

APPENDICE: alcuni calcoli

$$R_{\odot} \approx 7 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$\rho_{\odot} \approx 1,4 \text{ g/cm}^3$$

$$T_{\odot} \approx 25 \text{ d} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$B_{\odot} \approx 1 \text{ gauss} = 10^{-4} \text{ T}$$

SOLE

$$R \approx 10 \text{ km}$$

$$M \approx 1,4 M_{\odot}$$

STELLA DI

NEUTRONI

$$a) \quad \frac{\rho}{\rho_{\odot}} \approx \left(\frac{R_{\odot}}{R} \right)^3 \approx \left(\frac{7 \cdot 10^5}{10} \right)^3 \approx 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{12}, \quad \rho \approx 5 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$b) \quad L = I \omega \propto \frac{M R^2}{T}, \quad L \text{ si conserva}$$

$$L = L_{\odot}, \quad T \approx T_{\odot} \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 \approx 2 \cdot 10^6 \left(\frac{10}{7 \cdot 10^5} \right)^2 \text{ s}$$

$$T \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

ma deve essere $a_{cp} < g$ ossia

$$\frac{4\pi^2}{T^2} R < G \frac{M}{R^2}, \quad T^2 > \frac{4\pi^2 R^3}{GM} \cdot \frac{3}{3}$$

$$T^2 > \frac{3\pi}{\rho G}, \quad T > 3 \cdot 10^{-4} \text{ s (caso limite)}$$

c) $\phi(\vec{B}) \propto B R^2$, $\phi(\vec{B})$ si conserva

$$\phi(\vec{B}) = \phi(\vec{B}_0), \quad B \approx B_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \approx 10^{-4} \left(\frac{7 \cdot 10^5}{10}\right)^2 \text{ T}$$

$$B \approx 5 \cdot 10^5 \text{ T} \sim 10^{10} \text{ gauss}$$

$$\left\{ B_* \sim 10^2 \text{ gauss}, \quad B \sim 10^{12} \text{ gauss} \right\}$$

d) eta caratteristica = $\frac{1}{2} \frac{T}{\dot{T}}$

MODELLO DELLA BINARIA

a) Sistema Terra - Luna

$$D_T \approx 13\,000 \text{ km}, \quad D_L \approx 3\,500 \text{ km}$$

$$d_{TL} \approx 380\,000 \text{ km} \approx 30 D_T \approx 110 D_L$$

b) Sistema Terra - Sole

$$D_{\odot} \approx 1,4 \cdot 10^6 \text{ km} \approx 110 D_T$$

$$d_{TS} \approx 150 \cdot 10^6 \text{ km} \approx 110 D_{\odot} \approx 12\,000 D_T$$

c) Sistema binario PSR 1513+16

$$D_p \approx D_c \approx 20 \text{ km}$$

$$d_{pc} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ km} \approx 10^5 D_p$$

(due biglie con $D \approx 1 \text{ cm}$ a $d \approx 1 \text{ km}$)

Non due asteroidi, ma due piccoli e massicci soli concentrati.

AVANZAMENTO DEL PERIASTRO

$$\dot{\omega} = \frac{6\pi G}{c^2} \frac{m_p + m_c}{a T_{\text{cir}} (1 - \varepsilon^2)}$$

$$\dot{\omega} = 4,227 \frac{\text{gradi}}{\text{anno}}$$

RITARDO TEMPORALE

$$\tau_{v, \text{rg}} = \varepsilon \left(\frac{T_{\text{cir}}}{2\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{G^{\frac{2}{3}}}{c^2} \frac{(m_p + 2m_c)m_c}{(m_p + m_c)^{\frac{4}{3}}}$$

$$\tau_{v, \text{rg}} = 4,295 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

EMISSIONE DI ONDE GRAVITAZIONALI

a) Energie totale del sistema

$$E_{TOT} = EP_g + EC = \langle EP_g \rangle + \langle EC \rangle$$

Ma $\langle EP_g \rangle = -2 \langle EC \rangle$, quindi

$$E_{TOT} = - \langle EC \rangle \quad (1)$$

b) Se il sistema perde energia $\dot{E}_{TOT} \neq 0$

quindi

$$- \langle \dot{E}_{TOT} \rangle = \langle \dot{EC} \rangle \quad (2)$$

c) La teoria gravitazionale einsteiniana prevede la perdita di energia da parte del sistema per emissione di onde gravitazionali. Precisamente

$$-\langle \dot{E}_{TOT} \rangle = \frac{32 G^4 m_p^2 m_c^2 (m_p + m_c)}{5 c^5 a^5} F(\epsilon) \quad (3)$$

$$F(\epsilon) = \frac{1 + \frac{73}{24} \epsilon^2 + \frac{37}{96} \epsilon^4}{(1 - \epsilon^2)^{7/2}} \quad (4)$$

Sostituendo i valori delle varie grandezze si ha

$$-\langle \dot{E}_{TOT} \rangle = 7,8 \cdot 10^{24} \text{ W} \quad (5)$$

per cui

$$-\langle \dot{E}_{TOT} \rangle \sim 10^{25} \text{ W} \simeq \frac{1}{40} L_{\odot}$$

d) Ma $\langle EC \rangle = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{2\pi}{T_{\text{riv}}} \right)^2 a^2$

con $\mu = \frac{m_p m_c}{m_p + m_c}$ (massa ridotta)

per cui

$$\langle \dot{E}C \rangle = -\frac{1}{6\pi} \left(\frac{2\pi}{T_{\text{cir}}} \right)^3 a^2 \dot{T}_{\text{cir}} \quad (6)$$

Dalle (2), (5) e (6) si ottiene

$$\dot{T}_{\text{cir}} = -2,40 \cdot 10^{-12} \frac{\Delta}{\Delta} \quad (7)$$

- e) Il risultato (7) comporta un lento restringimento dell'orbita, a forma di spirale, con conseguenti anticipi nei passaggi delle pulsar al periastro. Se t indice il tempo trascorso da un determinato momento iniziale, si dimostra che l'anticipo complessivo del passaggio al periastro, accumulato nel tempo t , è

dato da

$$\alpha = \frac{\dot{T}_{\text{vir}}}{2 T_{\text{vir}}} t^2$$

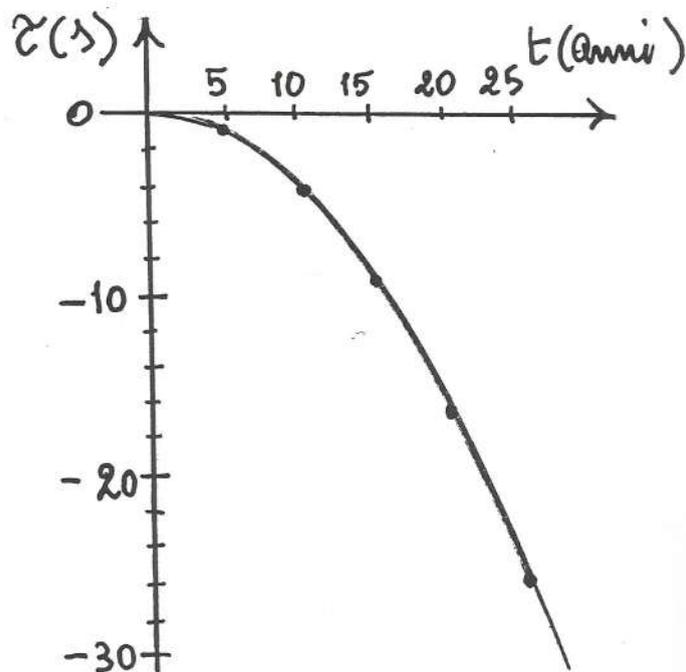
ovvero

$$\alpha = -4,3 \cdot 10^{-2} \text{ s} \cdot t^2 \quad (t \text{ in anni}) \quad (8)$$

La (8) è esplicitata nelle tabelle e nel grafico

seguenti:

Anno	t (anni)	α (s)
1975	0	0
1980	5	1,07
1985	10	4,28
1990	15	9,62
1995	20	17,1
2000	25	26,7



La (8) è stata controllata mediante osservazioni effettuate con il radiotelescopio di Arecibo.

L'accordo ha un'incertezza inferiore allo 0,5% -

PERIODO T_{rot} ED EPOCA

$$T_{rot} = 0,059^{3} 029^{6} 997^{9} 929^{12} 612^{15} 998^{18} 4 \quad \Delta$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

Dpl τ \dot{T}_{riv} \dot{T}_{rot}

Dpl : effetto Doppler

τ : $\tau_v + \tau_{rg}$, ritardi temporali

\dot{T}_{riv} : rapidità di variazione di T_{riv}

Δ : incertezza sulle misura ($7 \cdot 10^{-15} \Delta$)

\dot{T}_{rot} : rapidità di variazione di T_{rot}

Periodo misurato all'epoca 45888,2455 MJD

corrispondente al 7 luglio 1984, ore 5 min 53

secondi 31,2 -

CORREZIONI sui tempi delle osservazioni per

- a) moto di rotazione terrestre
- b) moto della Terra rispetto al CDM del sistema solare
- c) alcuni effetti relativistici
 1. redshift gravitazionale dovuto al Sole
 2. dilatazione del tempo dovuto alle velocità orbitale e rotazionale della Terra
 3. ritardo di Shapiro quando i segnali provenienti dall'astro passano vicino al Sole (posizioni di Terra, Sole, PSR)
- d) dispersione temporale: i tempi di arrivo delle componenti di un medesimo impulso ritardano col diminuire della frequenza di osservazione.
- e) Per il controllo delle previsioni di \dot{T}_{triv} si è anche considerata l'accelerazione relativa tra la binaria e il CDM solare, dovuta alle rotazioni differenziali delle galassie ($\sim 10^{-14} \frac{\Delta}{\Delta}$)